ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JUIN 1922.

PRÉSIDENCE DE M ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la représentation géométrique des équilibres salins.* Note de M. **Henry Le Chatelier**.

Dans un fascicule récent du *Chemiker Zeitung* ([1]), le professeur Jaenecke élève une très vive réclamation de priorité au sujet d'une Note que j'ai publiée en 1921, dans les *Comptes rendus*, sous le titre : *Sur les doubles décompositions salines et sur leur représentation géométrique* ([2]). Il se plaint que je n'aie pas rappelé ses travaux de 1905 ([3]) et des années suivantes relatifs à l'emploi du diagramme carré pour la représentation géométrique des équilibres salins.

Je ne connaissais pas les travaux du professeur Jaenecke, ceux-ci n'ayant, que je sache, été reproduits dans aucune publication française. Le diagramme carré, dont il revendique la propriété, a été publié par moi dans les *Comptes rendus*, en 1894 ([4]), c'est-à-dire 10 ans avant le commencement de ses recherches ; il m'appartient donc complètement. Je l'avais appliqué alors à l'étude de la fusibilité d'un mélange de quatre sels pouvant échanger deux à deux leurs constituants par voie de double décomposition. M. Jaenecke a utilisé la même construction géométrique pour représenter la solubilité de mélanges de quatre sels et il l'a fait sans jamais citer mon nom. Sa réclamation actuelle semble donc peu justifiée.

([1]) *Chemiker Zeitung*, t. 46, 1922, p. 361.
([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 345.
([3]) *Zeit. für anorg. Chemie*, t. 51, 1906, p. 132.
([4]) *Comptes rendus*, t. 118, 1894, p. 415.

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires.* Note [1] de M. **Charles Depéret.**

Je continuerai mon étude du Quaternaire marin du nord de l'Europe par les contrées qui entourent le massif fenno-scandinave : *Hollande*, *Danemark*, *Allemagne du Nord*. On retrouve dans ces pays riverains de la mer du Nord et de la Baltique les diverses *glaciations* et étages marins *interglaciaires* que j'ai décrits dans les Iles Britanniques [2]

1. J'ai déjà exposé [3] les caractères du plus ancien étage quaternaire marin du Danemark et de l'Allemagne, l'étage *Sicilien* ou *Cromérien* intercalé (*premier interglaciaire*) entre la glaciation scanienne [4] et la glaciation saxonienne-mindélienne. Il comprend une assise inférieure laguno-lacustre, parfois ligniteuse, avec faune tempérée analogue au *Forest-bed* de Cromer, et une assise supérieure de mer assez profonde avec faune arctique (argiles à *Yoldia arctica* et *Astarte borealis*.

2. C'est après le dépôt de ces argiles que se produit le maximum d'invasion de l'inlandsis scandinave. De la côte du Norfolk la calotte glaciaire saxonienne traversait la mer du Nord, peut-être sous forme d'une banquise, atteignait la Hollande au sud d'Amsterdam, et par Utrecht et Nimègue gagnait l'Allemagne. Arrêtée au Sud par le Harz, le Thuringer Wald, la Bohême et les Carpathes, elle s'étalait sur les plaines russes en trois immenses lobes sur le Dniester, le Don et la Kama pour remonter au Nord vers l'Océan Arctique. Dans ce long trajet, la limite de l'inlandsis est

(1) Séance du 29 mai 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 212.

(3) Voir *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 159.

(4) L'existence de la glaciation scanienne est maintenant contestée par les géologues danois au moins pour la Scanie et le Danemark. Mon savant confrère M. Madsen m'écrit en effet que « les dépôts glaciaires de la Scanie, que Geikie rapporte à la première glaciation ne sont pas aussi anciens et appartiennent en réalité à la dernière glaciation mecklenbourgienne ou würmienne ». De même sur la côte du Jutland, les dépôts morainiques les plus profonds d'Esbyerg doivent être rattachés, selon Madsen, à l'époque de maximum de glaciation saxonienne, et non à une glaciation plus ancienne. Il ne resterait donc pour représenter cette première glaciation, dite *scanienne*, que les dépôts morainiques profonds de Hambourg et de la basse Vistule, sur lesquels les géologues allemands sont loin d'être d'accord. D'après ces données nouvelles, il n'y aurait donc en Danemark comme en Angleterre que trois glaciations : 1° saxonienne-mindélienne; 2° polonienne-rissienne; 3° mecklenbourgienne-würmienne.

marquée non par de véritables moraines frontales, mais par une nappe de boue glaciaire à blocs et éléments d'origine scandinave.

3. Ensuite le glacier fond et se retire au Nord jusqu'à une distance inconnue (*deuxième phase interglaciaire*). La mer envahit la Hollande, le sud du Danemark et la basse vallée de la Vistule. Elle dépose en Hollande des sables grossiers avec galets et blocs scandinaves empruntés au glaciaire sous-jacent, notamment dans la Gueldre ou vallée d'Eem, d'où le nom d'*étage Eemien* donné par Harting (1) dès 1875 à ces couches de faciès très littoral. En Danemark et en Prusse, les dépôts Eemiens sont en général argileux, indiquant une mer plus profonde, mais on y observe à la base des sables avec tourbe et coquilles d'eau douce répondant au début de la transgression.

La faune Eemienne est une faune de mer très tempérée. On y trouve un mélange de formes nordiques (*Mya truncata*, *Zirphœa crispata*, *Cyprina islandica*) et de formes plus méridionales, les unes de la mer du Nord et de la Manche (*Lucina divaricata*, *Gastrana fragilis*, *Cardium tuberculatum*, *C. papillosum*, *Haminea navicula*), d'autres des côtes atlantiques françaises (*Mytilus minimus*, *Syndesmya ovata*) et enfin de deux espèces méditerranéennes (*Mytilus lineatus* et *Tapes senescens* Dod. = *Tapes aureus*, var. *Eemiensis* Nordm. (2) = *Tapes Dianæ* Loc.). L'analogie est saisissante avec les faunes tempérées du Holderness et du Norfolk qui occupent la même position interglaciaire entre les glaciations saxonienne et polonienne.

Mais tandis qu'en Angleterre, ces sables interglaciaires dessinent une ligne de rivage constante à l'altitude de 30^{m}-33^{m}, l'étage Eemien de Hollande et du Danemark n'affleure nulle part au-dessus du niveau de la mer; il n'est connu que par des sondages, sauf dans les points du Danemark où des lambeaux d'argiles à *Cyprina islandica* ont été remontés à des hauteurs variables par la poussée du glacier (Langeland, Erö, Fionie, Slesvig, etc.) (3). Il est donc difficile de déterminer l'altitude de la ligne de rivage à l'époque Eemienne. En Hollande on ne peut guère douter d'un affaissement postéemien, car le faciès de l'étage est très littoral et sa cote supérieure s'abaisse

(1) HARTING, Le système Eemien (*Arch. néerland. d. sc. exactes et naturelles*, t. 10, 1875, p. 443).

(2) NORDMANN, *Tapes senescens* og *Tapes aureus* Gm. var. *eemiensis* Nordm. (*Særkyk of Vidensk Meddel fra Dansk naturlo Foren* 1913, 1-65) (résumé en anglais).

(3) MADSEN, NORDMANN et HARTZ, *Eemzonerme* (*Danmarks geologiske Undersögelse*, 1908, n° 17), résumé en français.

de -8^{m} à l'Est à -32^{m} à l'Ouest vers la mer ([1]) En Danemark l'affaissement n'est pas aussi évident, car le faciès est de mer plus profonde et la cote supérieure oscille dans le Slesvig occidental de $-9,7$ à $-15,4$, chiffres très conciliables avec l'existence d'une tranche d'eau de 40^{m} à 50^{m} au moment du dépôt. La question demeure douteuse.

En tous les cas, ce qui me paraît certain, c'est l'équivalence exacte de l'étage Eemien avec les sables interglaciaires à faune tempérée de la côte est de l'Angleterre, avec les dépôts à faune chaude du Sussex et aussi avec l'étage *Tyrrhénien* de la Méditerranée (couches à Strombes).

4. Alors intervient une nouvelle glaciation scandinave qui recouvre en divers points du Danemark et du Slesvig les formations Eemiennes. La limite de ce *glacier polonien-rissien* est moins étendue vers le Sud que celle de la glaciation précédente. Il couvre encore le nord de l'Angleterre, traverse la mer du Nord pour atteindre l'Allemagne vers l'embouchure de l'Elbe, passe au sud de Berlin et de Varsovie et se recourbe au Nord vers la mer Blanche; mais la séparation des moraines de fond de ces deux glaciers n'est pas partout facile.

5. Puis une période de réchauffement amène encore une fois la retraite du glacier (troisième *période interglaciaire*). La mer revient sur l'emplacement occupé par la glace, mais cette fois ses dépôts ne sont connus que dans l'extrême nord du Jutland, dans l'île Vendsyssel. C'est l'épaisse *formation marine de Skœrumhede* (120^{m}) ([2]), divisée par les géologues danois en trois zones de bas en haut : 1° zone à *Turritella terebra* à faune boréo-lusitanienne; 2° zone à *Abra nitida* à faune boréo-arctique; 3° zone à *Portlandia arctica* à faune arctique. Le refroidissement de la mer est progressif de la base au sommet de l'étage.

L'altitude de la ligne de rivage est aussi difficile à fixer que pour l'étage Eemien. La cote supérieure du dépôt n'a été observée qu'au sondage de Skœrumhede (-34^{m}). Y a-t-il eu affaissement ou bien le dépôt s'est-il formé à son niveau actuel sous une grande épaisseur d'eau ? Les deux hypothèses sont soutenables.

Quelle que soit la solution adoptée, je considère l'étage de Skœrumhede comme contemporain de la terrasse de 100 pieds d'Écosse qui appartient

---

(1) Renseignements obligeamment transmis par M. le professeur Lorié d'Utrecht.

(2) Jessen, Milthers, Nordmann, Hartz et Hesselbo, *En Boring gennem des quärtere Lag ved Skœrumhede* (*Danm. geol. Undersögelse*, 1910, n° 25), résumé en anglais.

au même interglaciaire et contient aussi une faune arctique. Je les attribue l'un et l'autre à la fin de l'étage *Tyrrhénien*.

6. Nous arrivons enfin à la dernière invasion quaternaire du glacier scandinave sur la région germano-danoise (*glaciation mecklenbourgienne-würnienne*). C'est l'époque des *moraines baltiques* qui dessinent au sud du rivage de cette mer des traînées sinueuses de moraines frontales très fraîches à travers la Prusse, la Poméranie, le Mecklenbourg, s'infléchissant au Nord-Ouest dans le Slesvig-Holstein, puis au Nord à travers le Jutland jusqu'à hauteur de Viborg où un crochet brusque à l'Ouest les amène au Skager-Rack et amorce leur raccord avec les moraines de la côte norvégienne. Au nord du Jutland, à Vendsyssel, cette glaciation recouvre la formation marine précédente.

7. Après la retraite de ce glacier, nous n'avons plus à indiquer comme dépôts marins que l'invasion postquaternaire de la *mer à Yoldia* qui atteint seulement la pointe du Danemark et intéresse surtout la Scandinavie où nous la retrouverons.

THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'emploi de l'air comme agent frigorifique.* Note de M. **Maurice Leblanc.**

Il y aurait les plus grands avantages, dans l'industrie du froid, à employer l'air comme agent frigorifique. On n'y est pas parvenu économiquement jusqu'ici et nous allons chercher les moyens d'y arriver.

Pour fixer les idées, nous supposerons, dans ce qui va suivre, qu'on veuille fabriquer de la glace en disposant d'eau de refroidissement à la température de 10° C., qu'on rejettera à celle de 20° C. et comparerons l'emploi de l'air à celui de la vapeur saturée d'ammoniac.

Par quelles températures conviendra-t-il de faire passer l'ammoniac et l'air?

L'air étant inoffensif, on n'aura jamais à interposer entre lui et les corps à refroidir un intermédiaire, tel que la saumure, comme avec l'ammoniac.

La température de l'ammoniac, dans son condenseur, sera constante et supérieure de 3° environ à celle de l'eau de refroidissement *à sa sortie*, soit de 23°. L'air sortira d'un refroidisseur à contre-courant, à une température peu supérieure à celle de l'eau *à son entrée* et voisine de 13°.

D'autre part, la température de l'ammoniac, dans son réfrigérant, sera constante et inférieure de 8° environ à celle de la saumure à —5° qui congèlera l'eau dans des mouleaux, soit de —13°. On fera circuler directement l'air autour d'un cylindre, dont

les parois seront tapissées de couches de glace de moins en moins épaisses et dont l'extrémité contiendra de l'eau à $+10°$.

De l'air à $+2°$ pourra refroidir de l'eau à $+10°$. Nous l'extrairons donc du réfrigérant à $+2°$. Le rendement théorique des machines diminuera à mesure que nous ferons pénétrer l'air dans le réfrigérant à une température plus basse, mais leur rendement mécanique s'élèvera et elles seront mieux utilisées. La température la plus favorable paraissant être de $-30°$, nous l'adopterons.

Cycle des machines a air. — Nous dirons l'air à l'état P, V, T, lorsque sa pression sera P, son volume spécifique V et sa température absolue T.

Le cycle qu'il doit décrire, dans une machine frigorifique, est représenté sur la figure 1. On le fait passer successivement : 1° de l'état $P_1 V_1 T_1$ à l'état $P_2 V_2 T_2$ en le détendant adiabatiquement; 2° de l'état $P_2 V_2 T_2$ à

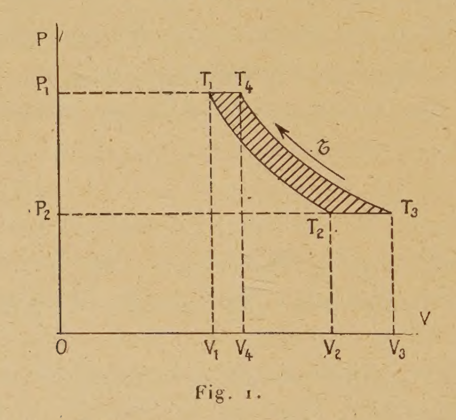


Fig. 1.

l'état $P_2 V_3 T_3$ en l'échauffant à pression contante; 3° de l'état $P_2 V_3 T_3$ à l'état $P_1 V_4 T_4$ en le comprimant adiabatiquement; 4° de l'état $P_1 V_4 T_4$ à son état initial $P_1 V_1 T_1$ en le refroidissant à pression constante.

Soit c_p sa chaleur spécifique à pression constante ($c_p = 0,2375$). Chaque kilogramme d'air parcourant le cycle gagne $c_p(T_3 - T_2)$ calories et en perd $c_p(T_4 - T_1)$. Le travail $\mathfrak{T}$ qu'il absorbe est

$$\mathfrak{T} = 424\, c_p (T_3 - T_2) \frac{T_1 - T_2}{T_2}.$$

Le rendement du cycle est celui d'un cycle de Carnot décrit entre les températures T_1 *et* T_2.

Dans le cas de la fabrication de la glace, nous devrons faire normalement, d'après ce qui précède : $T_1 = 286$, $T_2 = 243$, $T_3 = 275$. Il en résulte :

$$T_4 = 324 \quad \text{et} \quad P_2 = 0,5710\, P_1 \quad [\text{on a } P_1 V_1 = 29,272\, T_1];$$

$$V_2 = 1,488\, V_1, \quad V_3 = 1,684\, V_1, \quad V_4 = 1,132\, V_1; \quad \mathfrak{T} = 570^{\text{kgm}},22.$$

RENDEMENTS THÉORIQUE, THERMIQUE, MÉCANIQUE ET RÉEL. CYCLES THÉORIQUE ET RÉEL D'UNE MACHINE FRIGORIFIQUE :

Nous appellerons dans tous les cas :

Rendement théorique : celui d'un cycle de Carnot décrit entre la température T_1 du fluide, à la sortie de son refroidisseur ou de son condenseur et sa température T_2 à l'entrée du réfrigérant;

Rendement thermique : le rapport de l'aire du cycle de Carnot précédent décrit par 1^{kg} de fluide à celle du diagramme relevé dans les cylindres, également rapportée au kilogramme de fluide;

Rendement mécanique : le rapport du travail indiqué dans les cylindres au travail dépensé sur les arbres;

Rendement réel : le produit des trois rendements précédents;

Cycle théorique : la succession de changements d'état que nous désirons faire subir à chaque kilogramme de fluide;

Cycle réel : le diagramme relevé dans les cylindres rapporté au kilogramme de fluide.

Le cycle théorique de la machine à air est celui de la figure 1. Son rendement est égal au rendement théorique.

Son cycle réel diffère très peu de son rendement théorique. D'après des diagrammes relevés sur des compresseurs d'air, les courbes de compression et de détente sont parfaitement adiabatiques et, à la condition d'imputer au rendement mécanique les pertes de force vive dans les orifices des cylindres, nous pouvons dire :

Le rendement thermique de la machine à air est égal à son rendement théorique.

Dans une machine à ammoniac : 1^{kg} d'ammoniac liquide occupant un volume v_0 à la température T'_2 est vaporisé sous la première constante P'_2 égale à sa tension de vapeur à la température T'_2. Le kilogramme de vapeur produit est comprimé adiabatiquement, jusqu'à ce qu'il ait atteint la pression P'_1 égale à sa tension de vapeur à la température T'_1. La vapeur se surchauffe, pendant sa compression, et arrive ainsi à la température T''_1 supérieure à la température T'_1. Elle se refroidit d'abord dans le condenseur, puis se liquéfie à la température T'_1, et son volume redevient sensiblement v_0. Le kilogramme de liquide est ramené à une température T''_2 peu différente de celle de l'eau de condensation, à son entrée dans le condenseur, et finalement renvoyé dans le réfrigérant.

Non seulement le rendement du cycle théorique de la machine à ammoniac est inférieur au rendement théorique, mais son cycle réel diffère beaucoup de son cycle théorique et a un rendement bien plus faible.

En fait, le rendement thermique des meilleures machines à ammoniac ne dépasse pas les 0,65 du rendement théorique. *Cela est dû à l'action des parois, qui est sensiblement nulle avec l'air.*

En revanche, le rendement mécanique d'une machine à air est très inférieur à celui d'une machine à ammoniac, qui atteint facilement 0,92.

En effet, si nous faisons, d'après ce que nous avons dit : $T_1 = 286$, $T_2 = 243$ et $T_3 = 275$, la différence $T_3 - T_2$ est petite par rapport à T_2, le cycle est très étroit et le travail $\mathfrak{T}$ par kilogramme d'air est seulement égal à 570^{kgm}, alors qu'il serait d'environ 21000^{kgm} pour 1^{kgm} d'ammoniac, avec $T'_1 = 296$ et $T'_2 = 260$.

Or le fluide, en décrivant son cycle, devra, par deux fois, sortir des cylindres de la machine, pour y rentrer après avoir traversé un échangeur de chaleur. Il devra donc franchir successivement quatre orifices étranglés, et la force vive qu'il y aura acquise sera consommée en remous.

Acceptons une perte de 100^{kgm} par kilogramme de fluide pour ces quatre orifices. Elle affectera à peine le rendement de la machine à ammoniac, tandis qu'elle limitera à 0,85 celui de la machine à air.

D'autre part, le travail absorbé par l'air sera la différence de deux travaux, l'un de compression $\mathfrak{T}_c$, l'autre de détente $\mathfrak{T}_d$ et celui consommé par les résistances passives de la machine croîtra avec la somme $(\mathfrak{T}_c + \mathfrak{T}_d)$. Avec l'ammoniac, s'il y a un travail de détente, il est très petit par rapport à la différence $(\mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_d)$.

Le rendement *mécanique* d'une machine à air sera donc toujours notablement inférieur à celui d'une machine à ammoniac.

C'est pour l'améliorer que nous avons abaissé à 243 la température T_2, bien que le rendement *théorique* de la machine à air ne soit plus alors que les 0,78 de celui de la machine à ammoniac.

Ne tenons pas compte, dans les deux cas, du réchauffage des machines par le milieu ambiant.

Si la machine à ammoniac avait un rendement égal à son rendement théorique, la production d'une frigorie coûterait $58^{kgm},5$. Elle coûtera, en réalité, au moins $\frac{58,5}{0,92 \times 0,65} = 98^{kgm}$. Si la machine à air avait le même rendement réel, chaque kilogramme d'air produisant 7,6 frigories, la dépense de travail par kilogramme d'air devrait être de 745^{kgm}, dont 100 seraient absorbés par les pertes de force vive dans les orifices. Le travail qu'il utiliserait serait de 570^{kgm}.

Le travail absorbé par les résistances passives de la machine ne devrait être que de 75^{kgm} par kilogramme d'air et égal, ainsi, aux 0,10 environ du travail total dépensé.

Pareil résultat ne pourra être obtenu, avec les appareils les plus perfectionnés que si le travail $\mathfrak{T}_c$ est peu élevé par rapport à la différence $(\mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_d)$.

Or, jusqu'à présent, on a réalisé le cycle de la figure 1 en le considérant comme la superposition des deux cycles de la figure 2 parcourus en sens contraires. Le premier était réalisé dans un compresseur, le second dans un détenteur disposé comme une machine à vapeur ordinaire.

Dans ces conditions, si l'on fait $T_1 = 286$, $T_2 = 243$, $T_3 = 275$, on trouve que la somme des volumes $(V_2 + V_3)$, que doivent engendrer les pistons des machines, est 4,62 fois plus grande que le volume $(V_3 - V_1)$ dont varie celui de l'air décrivant le cycle de la figure 1 et que l'on a $\frac{\mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_d}{\mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_d} = 16,39$. La puissance totale des machines employées est alors 16,39 fois plus grande que celle réellement communiquée à l'air.

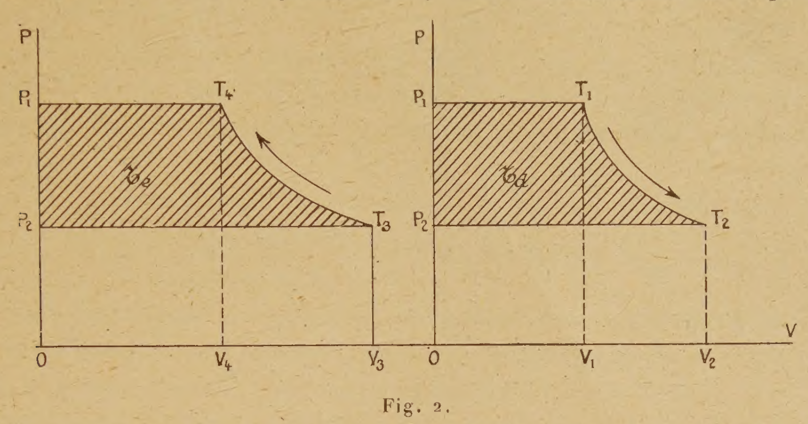


Fig. 2.

Cela conduit à l'emploi d'un matériel monstrueux et de très mauvais rendement.

Ce système ne peut convenir que pour la production de très basses températures, pour faire de l'air liquide, par exemple, parce que le travail $\mathfrak{T}_d$ est alors très petit par rapport au travail $\mathfrak{T}_c$. Si l'on s'en est servi pour produire de petites différences de températures, c'est qu'il fournissait un moyen commode de faire circuler l'air dans le refroidisseur et le réfrigérant, qu'il suffisait de brancher entre le compresseur et le détendeur.

Mais nous pouvons échanger l'air contenu dans un cylindre en faisant balayer celui-ci par de l'air plus chaud ou plus froid, provenant d'un réfrigérant ou d'un refroidisseur et mû par un ventilateur, *en laissant le piston immobile*.

Cela permet de réaliser le cycle de la figure 1 en n'engendrant que le volume $V_3 - V_1$. Si l'on fait $T_1 = 286$, $T_2 = 243$ et $T_3 = 275$, le travail $\mathfrak{T}_c$ est seulement égal à 2,29 $(\mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_d)$ et il devient possible de faire une machine à air dont le rendement réel équivaille à celui d'une machine à ammoniac.

Nouvelle machine a air. — Nous pouvons considérer le cycle de la figure 1 reproduit sur la figure 3 comme la superposition des deux cycles des figures 4 et 5. Dans celui de la figure 4, l'abscisse du point d'ordonnée p de la courbe de compression est égale à la différence des abscisses des points ayant même ordonnée des courbes de compression et de détente du premier cycle. Les aires de ces deux cycles sont égales. Le second est semblable au

diagramme qu'on relèverait dans un compresseur ordinaire. Nous le réalisons avec un tel compresseur à clapets automatiques dit *compresseur watté*,

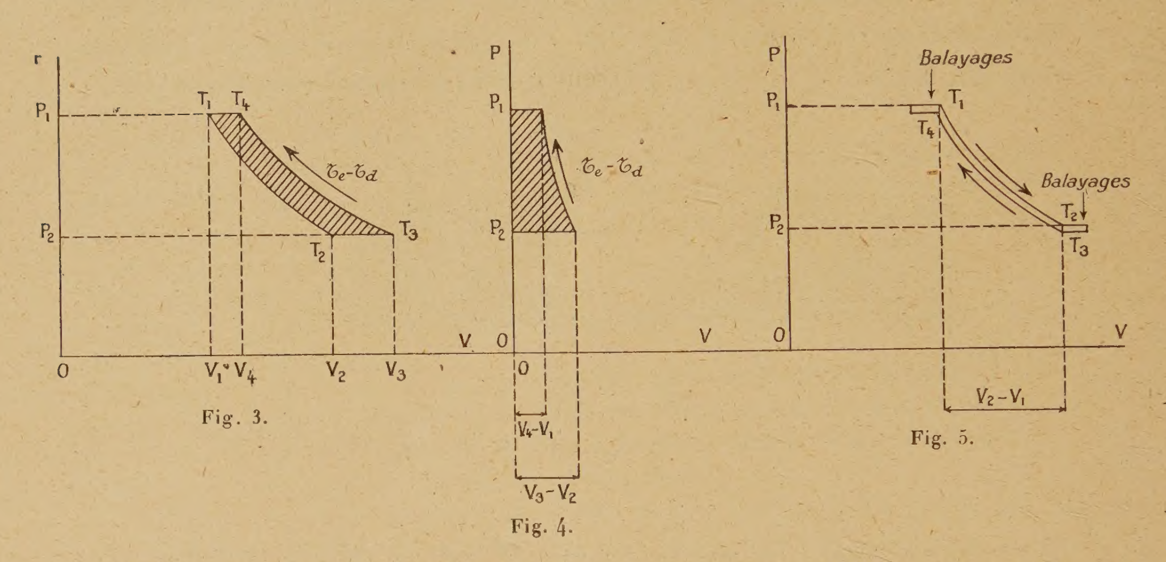


Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

parce que tout le travail qu'il absorbe est communiqué à l'air, sans avoir à être récupéré partiellement.

Le cycle de la figure 5 se compose de deux courbes, l'une de détente, l'autre de compression, infiniment voisines; elles reproduisent la courbe de détente du cycle de la figure 1. Son aire est nulle.

En décrivant ce cycle, on détend de l'air pris à l'état $P_1V_1T_1$ et l'amène à l'état $P_2V_2T_2$. Un balayage lui substitue un égal volume d'air à l'état $P_2V_2T_3$. Celui-ci est comprimé et amené à l'état $P_1V_4T_4$. Un nouveau balayage lui substitue un égal volume d'air à l'état initial $P_1V_1T_1$...

Nous le réalisons au moyen d'un détendeur spécial dit *détendeur déwatté*, parce qu'il restitue intégralement à l'air le travail fourni par celui-ci.

Il fait passer constamment de l'air du refroidisseur dans le réfrigérant, mais cet air est repris, à la sortie du réfrigérant, par le compresseur watté, qui le renvoie à l'entrée du refroidisseur.

Le volume engendré par les pistons des deux appareils par kilogramme d'air décrivant le cycle, est seulement égal à $V_3 - V_1$.

Une machine composée d'un compresseur watté et d'un détendeur déwatté, a été construite et a bien fonctionné. Nous la décrirons dans une prochaine Note.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Théorie générale du turbo-compresseur pour moteurs d'avions.* Note (1) de M. A. RATEAU.

On sait que le turbo-compresseur que j'ai créé pour la suralimentation des moteurs d'avions, et qui permet d'en accroître considérablement la puissance dans les vols à grande altitude, se compose d'une turbine motrice, actionnée par les gaz d'échappement du moteur, et d'un ventilateur centrifuge dont la roue mobile est calée sur le même arbre que la roue de la turbine.

Le ventilateur aspire l'air de l'atmosphère environnante et le refoule au moteur après en avoir élevé la pression, au double à peu près avec les appareils actuellement en service.

La turbine reçoit la totalité ou seulement une partie des gaz d'échappement du moteur, suivant que l'on veut l'action maximum ou, à basse altitude, un renforcement modéré de la puissance du moteur.

Dans cette Note, je me propose de donner la théorie générale du fonctionnement de la machine et d'établir la formule fondamentale qui relie entre elles les diverses quantités qui s'y rapportent. On verra, ainsi, qu'il est aisé de remettre, à n'importe quelle altitude, le moteur dans les conditions de fonctionnement au sol, sauf peut-être, à cause des fuites, une contre-pression d'échappement légèrement plus forte.

Appelons :

p la pression de l'atmosphère environnante;
T la température absolue de l'air aspiré par le ventilateur;
p_0 la pression de refoulement du ventilateur, ou plus exactement la pression de l'air à l'entrée des carburateurs;
p_1 la pression moyenne d'échappement des gaz du moteur à l'entrée dans le corps de la turbine;
T_1 la température absolue de ces gaz.

La formule s'obtient en écrivant que le travail utile donné par la turbine est égal au travail réclamé par le ventilateur.

1° *Ventilateur.* — Pour comprimer 1^{kg} d'air de p à p_0, il faut dépenser le travail

$$W = \frac{EC(T_0 - T)}{\rho_v}, \tag{1}$$

(1) Séance du 6 juin 1922.

E étant l'équivalent mécanique de la calorie ($E = 427$);
C la chaleur spécifique de l'air à pression constante;
T_0 la température finale en compression adiabatique;
ρ_v le rendement du ventilateur, par rapport à ladite compression adiabatique, y compris les pertes de charge dans les tuyauteries et les radiateurs destinés à rafraîchir l'air avant son arrivée aux carburateurs.

Mais

$$(2) \qquad \frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^k \quad \text{avec} \quad k = \frac{\gamma - 1}{\gamma},$$

γ étant le rapport des chaleurs spécifiques de l'air, C à pression constante et c à volume constant.

D'où, comme connu,

$$(3) \qquad W = \frac{ECT}{\rho_v}\left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^k - 1\right] = \frac{ECT}{\rho_v}[r^k - 1],$$

en appelant r le rapport de compression du ventilateur, $r = \frac{p_0}{p}$.

Pour l'air, aux températures voisines de 0°C, d'après les déterminations les plus récentes, il faut adopter

$C = 0,2387$, $\gamma = 1,4034$ (1), d'où $k = 0,2875$, $Ck = 0,0686$.

2° *Turbine*. — Dans l'action complète de la turbine, le tiroir d'échappement à l'atmosphère étant entièrement fermé, la turbine reçoit la totalité des gaz issus du moteur, c'est-à-dire aussi la totalité de l'air envoyé par le ventilateur, augmentée de l'essence ajoutée par les carburateurs, mais diminuée des fuites par les fissures de la tuyauterie et par les garnitures des pistons du moteur.

Désignons par
e la quantité relative d'essence, en poids, voisine de 5,5 °/₀ habituellement;
f la proportion des fuites par rapport au poids d'air débité.

On a, pour expression du travail utile donné par la turbine, par analogie avec le cas du ventilateur, en appelant
C' la chaleur spécifique à pression constante des gaz d'échappement;
k' le rapport des deux chaleurs spécifiques de ces gaz;
ρ_t le rendement de la turbine, y compris les frottements de paliers,

$$(4) \qquad W' = (1 + e - f)EC'T_1\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right]\rho_t.$$

(1) J. R. Partington, *Proc. of the Royal Society*, octobre 1921.

Égalant W et W′, nous obtenons

(5) $$\tau C'\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right] = C\left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^{k}-1\right],$$

avec

(6) $$\tau = (1+e-f)\,\rho\,\frac{T_1}{T},$$

$\rho = \rho_v \rho_t$ étant le rendement d'ensemble du groupe turbo-ventilateur.

Il nous faut estimer C' et k' pour les gaz d'échappement à la température moyenne de 700° C. qui est celle qui se présente habituellement.

J'admets que l'air se compose, en poids, de 77 d'azote et 23 d'oxygène et que l'on fournisse 6 pour 100 d'essence de composition moyenne $C^n H^{2n}$. En combustion supposée complète, il se forme 7,7 de vapeur d'eau et 18,9 d'anhydride carbonique, et il reste 2,4 d'oxygène libre. J'adopterai les dernières déterminations de C et de γ (en extrapolant parfois un peu), pour Az^2 et CO^2, par H.-B. Dixon, C. Campbell et A. Parker [1], et, pour H^2O, par O. Knoblauch et E. Raisch [2]. Le γ de la vapeur d'eau à 700° a été calculé en admettant que la différence des deux chaleurs spécifiques moléculaires est égale à 1,985, comme pour Az^2 et CO^2, ce qui ne doit certainement pas être éloigné de la vérité.

Je suis donc parti des valeurs suivantes pour C, γ et k à 700° C. et aux pressions partielles de chacun des gaz du mélange :

	C.	γ.	k.
Az^2	0,2558	1,383	0,2769
O^2	0,2238	1,383	0,2769
H^2O	0,540	1,257	0,2042
CO^2	0,2487	1,221	0,1900

Tenant compte des poids relatifs de ces différents corps dans les gaz d'échappement, je trouve ainsi, pour la température de 700° C. :

(7) $$C' = 0,2745; \qquad k' = 0,2561; \qquad C'k' = 0,0703;$$

d'où

(8) $$\frac{h'}{k} = 0,8908; \qquad \frac{C'k'}{Ck} = 1,0244.$$

Les exposants k' et k étant à peu près inversement proportionnels aux

(1) *Proc. of the Royal Society*, octobre 1921.

(2) *Ver. Deutschen Ingenieure*, 29 avril 1922.

chaleurs spécifiques C′ et C, nous pouvons en profiter pour simplifier notablement la formule (5). La fonction $C'\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right]$, en effet, ne change pas beaucoup de valeur si l'on y remplace respectivement C′ et k' par C et k.

Posons

$$1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k}=u, \qquad \text{d'où} \qquad \left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}=(1-u)^{1-\varepsilon},$$

en remplaçant $\frac{k'}{k}$ par $1-\varepsilon$ pour réduire les écritures; il vient, par développement en série,

$$\frac{1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}}{1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k}}=\frac{k'}{k}\left[1+\frac{\varepsilon}{2}u+\frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{2.3}u^2+\ldots\right]. \tag{7}$$

Comme ε est petit, égal à 0,109, et qu'il en est de même de u, qui ne dépasse pas 0,37, même pour $\frac{p}{p_1}=\frac{1}{5}$, qui ne se présentera que pour les turbo-compresseurs de l'avenir qui auront un rapport r de compression supérieur à 4, on voit que la parenthèse du second membre ne diffère de l'unité que d'une petite quantité, inférieure à 0,024. Nous pouvons donc remplacer, dans (5),

$$C'\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right] \quad \text{par} \quad C\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k}\right](1+s),$$

s étant une quantité, relativement petite, égale à $\frac{C'k'}{Ck}-1=0{,}0244$ augmenté de la valeur approchée des termes en u de la série, valeur qui s'appréciera aisément à l'aide des quelques chiffres suivants :

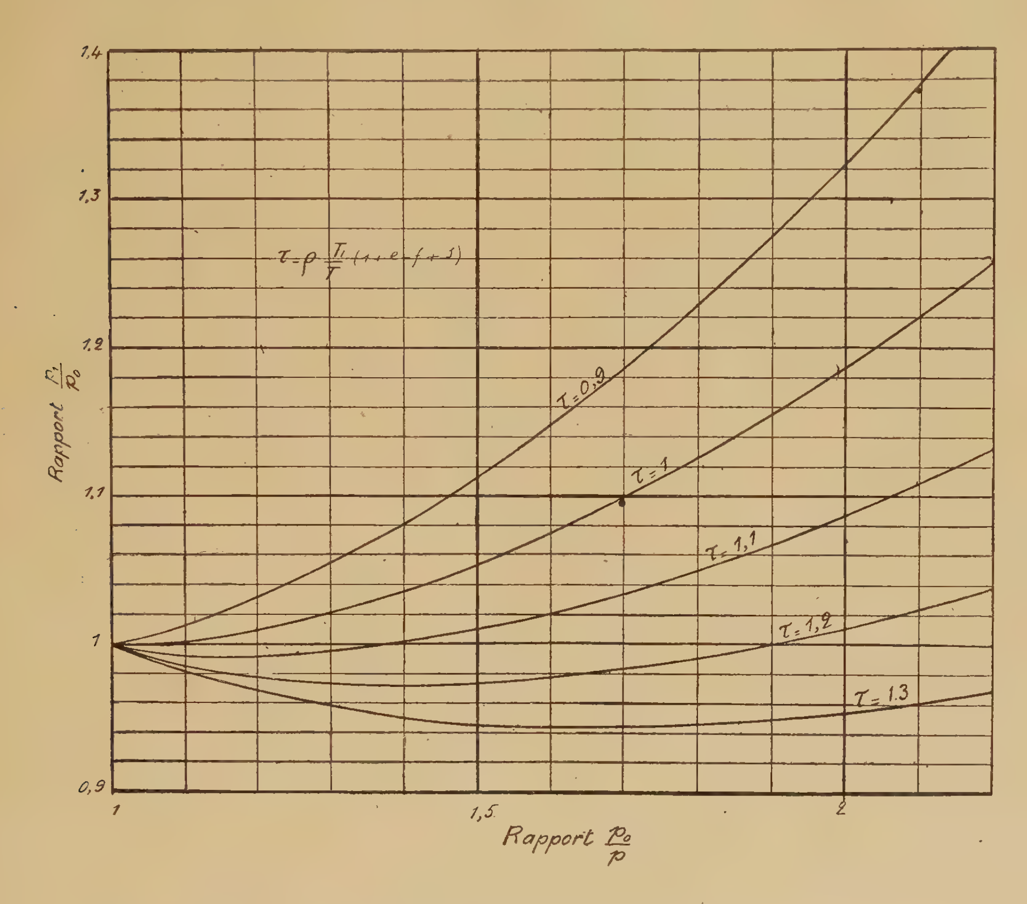
$\frac{p}{p_1}=$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{\varepsilon u}{2}+\ldots=$	0,0106	0,0165	0,0206	0,0236
$s\ldots\ldots=$	0,035	0,041	0,045	0,048

Dès lors, l'équation (5) devient, en posant

$$\left(\frac{p_0}{p}\right)^{k}=r^k=x, \qquad \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{k}=y, \qquad \tau=\rho\frac{T_1}{T}(1+e+s-f), \tag{8}$$

$$x^2-(1+\tau)x+\frac{\tau}{y}=0. \tag{9}$$

Telle est la relation fondamentale des turbo-compresseurs. Elle est traduite graphiquement par la figure, pour des valeurs de r allant jusqu'à 2,2, et des valeurs de τ comprises entre 0,9 et 1,3.



Applications. — Pour que la pression d'échappement p_1 de la turbine puisse être juste égale à la pression p_0 d'alimentation, c'est-à-dire pour que $\gamma = 1$, il faut que, d'après (9), $\tau = x$. Voyons quel est le rendement ρ de la machine qui est nécessaire dans les hypothèses principales que l'on peut faire.

Supposons d'abord qu'il n'y ait pas de fuites, $f = 0$, et admettons que la carburation apporte 5,5 pour 100 d'essence et que les gaz d'échappement arrivent à la turbine à la température de 727° C., soit $T_1 = 1000$.

Premier cas. — $\frac{p_0}{p} = 2$, le ventilateur double la pression;

$T = 248°$, température de l'air à 6000^m d'altitude;

alors

$$\tau = x = 1,2205, \qquad s = 0,035.$$

De (8) on tire

$$\rho = \frac{0,303}{1,09} = 0,278.$$

Deuxième cas. — $\frac{p_0}{p} = 4$, le ventilateur quadruple la pression;

$T = 219°$, température de l'air dans la stratosphère.

Alors

$$\tau = x = 1,4897, \qquad s = 0,045, \qquad \rho = \frac{0,326}{1,10} = 0,296.$$

Ces rendements d'ensemble, de 0,278 et 0,296, sont aisément réalisables, car le ventilateur et la turbine ont, même avec des formes très imparfaites, séparément, des rendements voisins de 0,55 et, d'ailleurs, dans le second cas, la compression devant être faite en deux fois, on intercalerait un radiateur pour abaisser la température de l'air, ce qui accroîtrait très notablement le rendement ρ_v de l'appareil estimé par rapport à la compression adiabatique totale.

Si l'on peut faire *a priori* une évaluation des fuites, la formule permet d'en tenir compte. Supposons, par exemple, que ces fuites compensent exactement l'effet de e et de s, ce qui correspond à 9 pour 100 de fuites dans le premier cas et à 10 pour 100 dans le deuxième, et admettons les mêmes rendements que ci-dessus, ce qui donne à τ les valeurs 1,121 et 1,361, respectivement. On déduit alors, de la formule (9),

$$y = \begin{cases} 1,0200, \\ 1,0485, \end{cases} \qquad \frac{p_1}{p_0} = \begin{cases} 1,071, \\ 1,179, \end{cases} \qquad \text{et, si } p_0 = 1, \qquad p_1 - p_0 = \begin{cases} 0,071, \\ 0,179. \end{cases}$$

Dans ces hypothèses, le ventilateur rétablissant la pression barométrique au sol, il suffit que la contre-pression au moteur la dépasse de 0,071 ou 0,179 kg : cm², respectivement, pour que l'énergie des gaz d'échappement permette le fonctionnement envisagé.

Si, en marche effective, on est obligé de consentir des contre-pressions plus fortes, c'est donc que les fuites sont réellement plus grandes que 9 pour 100, et il faut les rechercher et les réduire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les figures intégrales singulières des systèmes passifs du premier ordre n'impliquant qu'une seule fonction inconnue.* Note [1] de M. **Riquier**.

L'examen de cette question conduit à des résultats différents, suivant que le système considéré est, ou non, linéaire par rapport aux dérivées de la fonction inconnue.

I. Le système étant *non linéaire*, supposons, pour fixer les idées, que la fonction inconnue, u, qui s'y trouve engagée, dépende des cinq variables x, y, z, s, t, et que le système soit résolu par rapport aux trois dérivées $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$: en adoptant, pour les deux dérivées restantes $\frac{\partial u}{\partial s}, \frac{\partial u}{\partial t}$, les notations respectives u_s, u_t, il est de la forme

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = \mathrm{F}_x(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t), \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} = \mathrm{F}_y(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t); \\ \dfrac{\partial u}{\partial z} = \mathrm{F}_z(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t), \end{cases}$$

où F_x, F_y, F_z désignent trois composantes connues, telles que le système soit *passif*. Cette passivité entraîne, comme on peut l'établir, celle du système différentiel total

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial s}{\partial x} = -\dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial u_s}, & \dfrac{\partial t}{\partial x} = -\dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial u_t}, & \dfrac{\partial u}{\partial x} = \mathrm{F}_x - u_s\dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial u_s} - u_t\dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial u_t}, \\ \dfrac{\partial s}{\partial y} = -\dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial u_s}, & \dfrac{\partial t}{\partial y} = -\dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial u_t}, & \dfrac{\partial u}{\partial y} = \mathrm{F}_y - u_s\dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial u_s} - u_t\dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial u_t}, \\ \dfrac{\partial s}{\partial z} = -\dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial u_s}, & \dfrac{\partial t}{\partial z} = -\dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial u_t}, & \dfrac{\partial u}{\partial z} = \mathrm{F}_z - u_s\dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial u_s} - u_t\dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial u_t}, \\ \dfrac{\partial u_s}{\partial x} = \dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial s} + \dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial u}u_s, & & \dfrac{\partial u_t}{\partial x} = \dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial t} + \dfrac{\partial \mathrm{F}_x}{\partial u}u_t, \\ \dfrac{\partial u_s}{\partial y} = \dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial s} + \dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial u}u_s, & & \dfrac{\partial u_t}{\partial y} = \dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial t} + \dfrac{\partial \mathrm{F}_y}{\partial u}u_t, \\ \dfrac{\partial u_s}{\partial z} = \dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial s} + \dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial u}u_s, & & \dfrac{\partial u_t}{\partial z} = \dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial t} + \dfrac{\partial \mathrm{F}_z}{\partial u}u_t, \end{cases}$$

---

[1] Séance du 29 mai 1922.

où s, t, u, u_s, u_t désignent cinq fonctions inconnues de x, y, z. Soient

$$(3)\quad \begin{cases} s = \mathcal{S}(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ t = \mathcal{T}(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u = \mathcal{U}(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u_s = \mathcal{U}_s(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u_t = \mathcal{U}_t(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) \end{cases}$$

les intégrales générales du système (2).

Cela posé, on pourra procéder comme il suit à la recherche de l'intégrale singulière du système (1).

Entre les cinq équations (3) et la relation

$$\frac{\partial(\mathcal{S}, \mathcal{T}, \mathcal{U}, \mathcal{U}_s, \mathcal{U}_t)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)} = 0,$$

on éliminera les cinq constantes arbitraires α, β, γ, δ, λ; on obtiendra ainsi une relation de la forme

$$(4)\quad H(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t) = 0,$$

et l'on examinera s'il existe quelque fonction u de x, y, z, s, t vérifiant, en même temps que le système (1), l'équation aux dérivées partielles (4).

II. Lorsque le système passif (1) a ses seconds membres *linéaires* par rapport aux dérivées $\frac{\partial u}{\partial s}$, $\frac{\partial u}{\partial t}$, la méthode d'intégration de Jacobi lui est applicable, et l'on pourra, dès lors, procéder à la recherche de l'intégrale singulière de la façon indiquée dans une Note récente [1]; on sera ainsi conduit à adjoindre au système proposé, non plus, comme dans le cas précédent I, une relation différentielle, mais une relation finie entre x, y, z, s, t, u, et il restera à examiner si la figure définie par cette dernière est une intégrale du proposé.

III. Le cas d'une équation aux dérivées partielles *unique* et *linéaire* du premier ordre présente une particularité géométrique qu'il convient de noter. Considérons, par exemple, l'équation

$$(5)\quad \frac{\partial u}{\partial x} = U + Y\frac{\partial u}{\partial y} + Z\frac{\partial u}{\partial z} + S\frac{\partial u}{\partial s} + T\frac{\partial u}{\partial t},$$

où u désigne une fonction inconnue de x, y, z, s, t, et U, Y, Z, S, T des fonctions connues de x, y, z, s, t, u. Pour procéder, suivant la méthode

---

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1392.

rappelée dans l'alinéa II, à la recherche de l'intégrale singulière, on considérera le système des équations différentielles ordinaires

$$\frac{dy}{dx} = -Y, \quad \frac{dz}{dx} = -Z, \quad \frac{ds}{dx} = -S, \quad \frac{dt}{dx} = -T, \quad \frac{du}{dx} = U,$$

et l'on en formera les intégrales générales

$$(6) \quad \begin{cases} y = \mathcal{Y}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ z = \mathcal{Z}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ s = \mathcal{S}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ t = \mathcal{T}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u = \mathcal{U}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \end{cases}$$

auxquelles on adjoindra la relation

$$(7) \quad \frac{\partial(\mathcal{Y}, \mathcal{Z}, \mathcal{S}, \mathcal{T}, \mathcal{U})}{\partial(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)} = 0;$$

en éliminant entre les équations (6) et (7) les constantes arbitraires $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$, on tombera sur une figure de l'espace $[[x, y, z, s, t, u]]$ définie par une équation unique, et qui pourra être ou ne pas être une intégrale de (5). Mais, quoi qu'il en soit, *si l'on considère les figures à une dimension de la famille* (6), *aux cinq paramètres* $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$, *la figure à cinq dimensions obtenue comme il vient d'être dit en est l'enveloppe;* cette enveloppe ne touche d'ailleurs qu'en un simple point chacune des figures enveloppées.

MÉCANIQUE ET CHRONOMÉTRIE. — *Trois classes de vibrations isochrones non entretenues et trois types de machines horaires fixes. Instruments nouveaux pour l'étude expérimentale des viscosités.* Note [1] de M. **Jules Andrade.**

I. Étudions tout d'abord la vibration non entretenue du type

$$(1) \quad \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2u}{dt^2} = -u - \eta\varepsilon\lambda u - q\frac{du}{dt}$$

$$\left(\eta = \operatorname{sgn} u;\ \varepsilon = \operatorname{sgn}\frac{du}{dt};\ \lambda \text{ et } q \text{ deux constantes positives}\right).$$

Ce mouvement, toujours réalisé comme mouvement angulaire, s'interprète avec avantage comme mouvement rectiligne. Ainsi envisagée, une

(1) Séance du 6 juin 1922.

oscillation simple se partage en deux moitiés se réalisant respectivement de part et d'autre du *point mort;* la première moitié se termine à ce point mort, l'autre commence au même point; ces deux mouvements sont respectivement deux projections obliques distinctes de deux mouvements spiraux uniformes ayant le point mort pour pôle commun. Les constantes caractéristiques de ces trajectoires spirales schématiques, savoir :

$V = \frac{\pi}{2} - \alpha =$ angle caractéristique de la spirale;

N, vitesse (en radians par seconde) du rayon vecteur;

$m =$ vitesse d'amortissement de ce rayon vecteur par rapport à sa rotation angulaire;

seront, en séparant la première moitié et la deuxième moitié de l'oscillation simple, résumées dans les Tableaux respectifs suivants :

Pour la première moitié de l'oscillation simple :

$$\sin\alpha_1 = \frac{q\omega^2}{2\omega\sqrt{1-\lambda}};$$

$$N_1 = \omega_1 \cos\alpha_1; \qquad \omega_1 = \omega\sqrt{1-\lambda};$$

$$m_1 = \tan\alpha_1;$$

Pour la seconde moitié de l'oscillation simple :

$$\sin\alpha_2 = \frac{q\omega^2}{2\omega\sqrt{1+\lambda}}.$$

$$N_2 = \omega_2 \cos\alpha_2; \qquad \omega_2 = \omega\sqrt{1+\lambda}.$$

$$m_2 = \tan\alpha_2.$$

II. La durée d'une oscillation simple a pour valeur

$$(2) \qquad T = \frac{\frac{\pi}{2} + \alpha_1}{N_1} + \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha_2}{N_2}.$$

III. La semi-amplitude *initiale* u_{i-1} et la semi-amplitude finale u_i de la $i^{\text{ième}}$ oscillation simple sont unies par la relation

$$(3) \qquad u_i = u_{i-1} e^{-m_1\left(\frac{\pi}{2}+\alpha_1\right)} \sqrt{\frac{1-\lambda}{1+\lambda}}\, e^{-m_2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha_2\right)}$$

($e =$ base des logarithmes naturels).

IV. Ces vibrations non entretenues sont rigoureusement isochrones; avec elles, résumons les principaux types de vibrations non entretenues qui, tant qu'elles durent, restent isochrones en vertu d'une force pendulaire et de diverses résistances simples. Ce sont : 1° les vibrations troublées par un frottement pendulaire, c'est-à-dire proportionnel à la valeur absolue de l'écart au point mort; 2° celles troublées par une résistance visqueuse (proportionnelle à la vitesse); 3° les vibrations où s'associent les deux résistances qui précèdent (problème résumé plus haut); 4° les vibrations

pendulaires troublées par une résistance visqueuse et un frottement simple constant; 5° les vibrations pendulaires troublées par un frottement constant pendant chaque oscillation simple, quel que soit son sens.

Les trois premières ont des semi-amplitudes décroissant en progression géométrique.

La quatrième a pour loi de réduction des semi-amplitudes $u_0, u_1, \ldots, u_2$ la loi

$$(u_{i+1}+\Phi)=(u_i+\Phi)\mathrm{H}, \qquad \Phi>0 \quad \text{et} \quad \mathrm{H}<1; \qquad \Phi=\frac{f(1+\mathrm{H})}{1-\mathrm{H}},$$

f étant le décalage du point mort dû au frottement; l'oscillation de rang i est la dernière si le u_i calculé par cette relation est le premier pour lequel on ait algébriquement $u_i<f$, et l'avant-dernière si u_i positif est précisément égal à f.

Toutes les vibrations précédentes se prêtent à un enregistrement photographique de leurs successions, enregistrement qui concourt aux déterminations *du* ou *des deux* coefficients de frottements d'espèces différentes.

V. On doit retenir toutefois que l'association d'un frottement constant et d'un frottement pendulaire trouble l'isochronisme de la vibration *non entretenue*, bien que sous une amplitude de régime suffisamment étendue la vibration *entretenue* ne manifeste aucune perturbation sensible à l'épreuve d'isochronisme du réglage.

On en voit un exemple dans le calcul approché de la durée de la vibration entretenue du doublet à enroulements symétriques; celui-ci se comporte en effet en régime normal comme si le frottement constant était accompagné d'un décalage moyen unique dont la valeur serait la moyenne arithmétique des deux décalages très peu différents respectivement propres à la première moitié et à la seconde moitié de l'oscillation en cours.

VI. Au point de vue d'une classification rationnelle des cinq types de vibrations ci-dessus énumérés, il y a lieu, dans l'emploi de l'organe réglant, de signaler comme particulièrement précieuse la circonstance suivante :

Cas d'un organe réglant à coefficients de frottements fixes. — Les frottements intérieurs à l'organe réglant proprement dit ont leurs coefficients constants non seulement durant une vibration, mais encore dans la suite du temps; c'est ce qui arrive par exemple si les frottements considérés *se produisent à sec* et si leurs coefficients varient peu avec la température. En ce cas, nous n'aurons à envisager que l'effet de la vieillesse des huiles sur l'échappement et sur le gros rouage, et l'effet indirect transmis ensuite à

l'organe réglant par le choc réparateur de l'échappement, et son influence sur le rythme de la vibration.

A ce point de vue, nous mettrons à part les trois classes d'organes réglants qui conservent l'isochronisme de leurs oscillations non entretenues, à savoir :

Première classe. — Organes réglants dont les frottements, perturbateurs d'une vibration sans eux sinusoïdale, comportent : soit une résistance visqueuse, soit un frottement pendulaire, soit les deux résistances réunies.

Deuxième classe. — Organes réglants dont les frottements perturbateurs comportent : soit un frottement simple unique, soit une résistance visqueuse, ces deux résistances gardant d'ailleurs leurs coefficients presque constants.

Troisième classe. — Organes réglants dont les frottements perturbateurs comportent une combinaison des résistances passives de l'un et l'autre groupe de la classe précédente.

VII. *Propriétés des machines horaires dont l'organe réglant appartient à l'une des trois classes précédentes.* — Les propriétés que nous allons énoncer ne visent théoriquement que le cas où l'action de l'échappement peut être assimilée à une action instantanée produisant le choc réparateur destiné à l'organe réglant.

a. Pour un organe réglant de la première classe, recevant *à son point mort* l'action de l'échappement, la vibration entretenue restera isochrone MALGRÉ LES IRRÉGULARITÉS DANS L'INTENSITÉ DU CHOC RÉPARATEUR.

b. Pour un balancier de la deuxième ou de la troisième classe, recevant l'action de l'échappement, non pas dans la situation précise qui correspond au point mort du ressort réglant, *mais dans la situation qui correspond à un décalage convenable du point mort*, en sens inverse de l'oscillation en cours, la vibration ainsi entretenue RESTERA ISOCHRONE MALGRÉ LES IRRÉGULARITÉS DANS L'INTENSITÉ DU CHOC RÉPARATEUR.

Pratiquement, ces propriétés précieuses ne seront valables en toute sécurité (eu égard à la non-instantanéité du choc réparateur) que jusqu'à une semi-amplitude *minima*, au-dessous de laquelle on s'interdira de descendre, ce minimum est lié à ce point de la vieillesse des huiles mises au gros rouage qui ne devra pas être atteint; et il est inutile de chercher à prolonger au delà l'agonie du chronomètre.

VIII. En toute rigueur, les propriétés précédentes ne peuvent pas être appliquées sans précaution à un *chronomètre portatif* muni de deux spiraux réglants seulement, mais il est aisé de les réaliser sur *des chronomètres*

fixes, soit naturellement, soit en appuyant l'organe réglant sur un flotteur convenable.

IX. Je n'ai pas la prétention d'affirmer, pour le moment, dans la poursuite de ces réalisations expérimentales, aucune maturité industrielle immédiate, mais en revanche je crois que l'on peut, sur elles, fonder une solution prochaine de ce problème physique :

Les résistances passives qui se rattachent à la viscosité des liquides se réduisent-elles à une simple résistance visqueuse ou comportent-elles encore, associée à la précédente, la résistance d'*un frottement* spécial ayant des lois assez analogues à celles que l'on rencontre dans le glissement relatif des solides?

L'emploi de balances spirales, et leurs oscillations, *étudiées à la fois photographiquement et chronométriquement*, donnera l'instrument propre à recevoir la réponse à la question que nous venons de poser.

Si cette réponse est affirmative, le même instrument convenablement préparé nous fournira les lois de ce frottement supplémentaire de la viscosité.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les liquides à plans équidistants de Grandjean.* Note [1] de MM. **G. Friedel** et **L. Royer**.

La structure à plans équidistants découverte par Grandjean dans le cyanbenzalaminocinnamate d'amyle se retrouve dans beaucoup d'autres cas et paraît caractériser d'une manière tout à fait générale les liquides biréfringents à couleurs épipoliques et grand pouvoir rotatoire. Nous l'avons reconnue notamment dans le cinnamate, le cinnamylate et le caprylate de cholestérine, dans le para-méthylphénone-méthylol, et dans un grand nombre de mélanges des sels de cholestérine.

Les liquides susceptibles de prendre cette structure ne l'affectent pas toujours. Quand ils la présentent, ils sont pourvus d'un pouvoir rotatoire énorme, se comptant par dizaines de tours par millimètre. En même temps, et dans les mêmes conditions, ces liquides réfléchissent des couleurs spectrales dont la longueur d'onde résulte de l'équidistance des plans et qui se montrent chaque fois que cette longueur d'onde est comprise dans le spectre visible, mais qui peuvent passer dans l'infrarouge ou dans l'ultraviolet lorsque l'équidistance des plans, souvent très variable notamment avec la température, est trop grande ou trop petite.

Cette réflexion offre des caractères très singuliers. D'une part, elle porte

---

(1) Séance du 6 juin 1922.

exclusivement sur l'une des vibrations polarisées circulaires, l'autre n'étant absolument pas affectée. D'autre part, elle présente ce caractère inattendu que, contrairement à ce qui a lieu dans la réflexion ordinaire, le rayon circulaire se réfléchit *sans changer de sens*. Ainsi, dans le cyanbenzalaminocinnamate d'amyle, les plans réfléchissent exclusivement le rayon circulaire droit, et ils le réfléchissent sous forme d'un rayon circulaire droit. Dans le cynnamylate de cholestérine, c'est le rayon gauche qui est réfléchi gauche. Il est facile de vérifier cette propriété sur une préparation quelconque à couleurs épipoliques et à structure bien régulière (ce qui se reconnaît à ce que les couleurs sont totalement éteintes par un analyseur circulaire) : le même analyseur circulaire, gauche pour le cyanbenzalaminocinnamate, droit pour le cinnamylate de cholestérine, éteint complètement aussi bien la couleur réfléchie que la couleur complémentaire transmise.

Le liquide peut très bien ne pas présenter la structure à plans parallèles. Même confuse, comme elle se montre dans beaucoup de sels de cholestérine, cette structure s'accompagne toujours de couleurs réfléchies, qui seulement varient d'un point à l'autre de la préparation. Mais elle peut aussi manquer tout à fait. Le liquide se montre alors composé de petites plages à noyaux, grises entre nicols, et qui ne diffèrent pas de celles des liquides à fils ordinaires. C'est ce qui arrive souvent lorsque la phase apparaît, soit qu'on l'obtienne par refroidissement du liquide isotrope, soit qu'on y parvienne en élevant la température à partir de l'état cristallisé ou d'une autre phase. La structure à plans, qui n'est d'ailleurs jamais régulière que dans les petites épaisseurs, s'établit parfois spontanément ensuite. Mais dans la plupart des cas il est nécessaire, pour l'obtenir, d'imprimer des mouvements au couvre-objet, et l'on peut, en évitant ces mouvements, conserver longtemps la structure à petites plages. Il est remarquable que, tant qu'il conserve cette structure, le liquide ne montre ni pouvoir rotatoire ni réflexion de couleurs. Les deux phénomènes, qui se montrent ainsi évidemment connexes, sont liés à la structure à plans équidistants.

La structure à petites plages, sans pouvoir rotatoire ni couleurs épipoliques, a souvent été prise pour une phase distincte. C'est ainsi que Stumpf a décrit comme phases différentes, dans le cyanbenzalaminocinnamate d'amyle, ces deux structures d'une même phase; en réalité elles ne constituent pas plus deux phases distinctes que, par exemple, la structure à noyaux et la structure en plages normales à l'axe qui s'observent dans la plupart des liquides à fils.

D'autre part, Stumpf a montré le premier, par l'étude du cyanbenzal-

aminocinnamate d'amyle, que le pouvoir rotatoire de ce corps change de signe de part et d'autre d'une certaine longueur d'onde qui paraît coïncider exactement avec la longueur d'onde réfléchie. Pour cette longueur d'onde d'inversion λ_i, le rayon droit étant totalement réfléchi, le pouvoir rotatoire ne se manifeste plus. De part et d'autre, lorsque la longueur d'onde approche de λ_i, le pouvoir rotatoire augmente considérablement, et ne montre aucun indice de diminution avant de disparaître lorsque la longueur d'onde atteint λ_i. Il est droit du côté du violet, gauche du côté du rouge. De l'extrême rouge jusqu'à λ_i, il croît constamment; au delà, il décroît d'abord très rapidement, passe par un minimum, puis croît de nouveau plus lentement vers le violet.

Au signe près, ces mêmes caractères paraissent se retrouver d'une manière absolument générale dans tous les liquides à couleurs épipoliques, qui se répartissent ainsi en deux types distincts : Dans le premier type (cyanbenzalaminocinnamate), le pouvoir rotatoire est droit, à partir de λ_i, du côté des petites longueurs d'onde, gauche du côté des grandes; le rayon circulaire réfléchi est le droit; les dessins en forme de virgules signalés par Grandjean sur les bords des gouttes à surface libre ont la forme convexe vers la droite pour l'observateur placé sur le bord de la goutte; les franges noires vues dans les mêmes conditions entre nicols se déplacent d'un mouvement continu vers les grandes épaisseurs quand on fait tourner les nicols dans le sens direct (ou la préparation dans le sens rétrograde). Dans le deuxième type (cinnamylate de cholestérine), le pouvoir rotatoire est gauche, à partir de λ_i, vers les petites longueurs d'onde, droit vers les grandes; le rayon circulaire réfléchi est gauche; les virgules sont convexes vers la gauche pour l'observateur placé sur le bord de la goutte; les franges noires vont vers les épaisseurs croissantes quand on fait tourner les nicols dans le sens rétrograde. A tous égards, les deux types de liquides sont l'image l'un de l'autre dans un miroir.

Il faut ajouter que c'est probablement par erreur que les plages bien orientées, réfléchissant des couleurs polarisées circulaires et bien homogènes, ont été décrites (notamment par Stumpf) comme ayant leur axe optique normal à la préparation. Il n'y a rien là qui soit comparable aux plages normales à l'axe que l'on observe dans les liquides à fils ordinaires ou dans les corps à coniques. Tous les faits s'accordent au contraire pour faire considérer leur pouvoir rotatoire comme étant dû à la même cause que cette sorte de pouvoir rotatoire achromatique si particulier qui s'ajoute à la biréfringence dans l'azoxyphénétol ou l'azoxyanisol et que Mauguin a

expliqué par la torsion accidentelle de plages non normales à l'axe. Tant que la torsion est relativement faible (cône de roulement sur l'équateur de la sphère de Poincaré très aigu), les faits doivent bien être ceux que l'on observe dans les plages accidentellement tordues de l'azoxyphénétol. Quand la torsion est beaucoup plus forte (cône de roulement dont l'ouverture approche de 180°), la rotation de la vibration incidente, tout en changeant de sens, prend exactement les caractères d'un pouvoir rotatoire ordinaire, avec forte dispersion, tel que celui qu'on observe dans les liquides à plans. Cela rend très probable que la cause du pouvoir rotatoire énorme de ces liquides réside dans la structure, et plus spécialement dans une très forte torsion spontanée qui se manifeste dans les minuscules intervalles compris entre deux plans de Grandjean successifs. Les liquides des deux types paraissent ne différer entre eux, qualitativement, que par le sens de cette torsion.

Nous montrerons dans une prochaine communication que d'autres faits viennent à l'appui de ces conclusions.

M. G. **Bigourdan** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Union astronomique internationale* (*U. A. I.*). 31 — *Commission de l'heure* (*C. I. H.*). *Corrections des signaux horaires déterminées au Bureau international de l'Heure* (*B. I. H.*) *en* 1921 (2e année), et du fascicule 3, tome I du *Bulletin horaire du Bureau international de l'Heure* (*B. I. H.*).

M. Ch. **Lallemand** présente à l'Académie :

1° Un exemplaire de son *Rapport au Congrès géodésique de Rome sur les travaux exécutés par le Service du Nivellement de la France de* 1912 *à* 1922 et, en particulier, sur le rattachement au réseau français des opérations allemandes effectuées en Alsace-Lorraine durant l'occupation. Les corrections atteignent 17^{cm} à Thionville au Nord et 36^{cm} à Montreux-Vieux, près Belfort, au Sud. La totalité des nivellements exécutés à ce jour s'élève à 130000 kilomètres, représentant la moitié du travail à effectuer sur l'ensemble du territoire.

2° Une brochure intitulée : *L'anarchie monétaire et ses conséquences économiques*, où se trouvent développées les idées exposées par lui dans une Notice de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1922, sur les Monnaies et le Change. Après avoir montré les néfastes effets de l'abandon de l'or

comme étalon monétaire, au cours de la guerre, et de son remplacement par des monnaies de papier, dépourvues de gage réel et néanmoins dotées, par la loi, d'une pleine valeur libératoire, M. Lallemand émet l'avis que, seul, le retour graduel au pair des monnaies les moins avariées ramènera la vie à un coût supportable pour les classes moyennes, constituant l'armature des nations.

M. J. **Costantin** présente à l'Académie les fascicules 8 à 26 (*fin*) de l'*Histoire naturelle illustrée : I. Les Plantes*, publiée en collaboration avec M. F. **Faideau**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° E. Doublet. *L'astronome Lalande et la Géographie*. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

2° E. Doublet. *Histoire de l'Astronomie*. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

3° Émile Belot. *Exposition synthétique de l'origine dualistique des mondes*. Présenté par M. Bigourdan.)

4° Félix Michaud. *Rayonnement et gravitation*. (Présenté par M. D. Berthelot.)

5° Carte du Sud de la mer du Nord, dressée spécialement pour les pêcheurs, publiée par le Service hydrographique de la marine, d'accord avec l'Office scientifique et technique des pêches. (Présentée par M. Joubin.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries asymptotiques*. Note de M. **Torsten Carleman**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $f(z)$ une fonction analytique de la variable $z = re^{i\theta}$ régulière dans le domaine $r > R$, $-\alpha\frac{\pi}{2} < \theta < \alpha\frac{\pi}{2}$ et représentée asymptotiquement dans ce domaine, au sens de Poincaré, par la série $\sum\limits_{\nu=0}^{\infty} \frac{c_\nu}{z^\nu}$.

On sait qu'à une fonction $f(z)$ donnée ne peut correspondre qu'une

seule série asymptotique. D'un autre côté, il existe toujours une infinité de fonctions admettant le même développement asymptotique. C'est un problème important de trouver des conditions supplémentaires (S) par lesquelles la fonction $f(z)$ devient déterminée d'une manière unique par sa série asymptotique. Pour exprimer que $f(z)$ admet la série asymptotique $\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_\nu}{z^\nu}$ et satisfait aux conditions (S), nous allons utiliser le symbole

$$f(z) \simeq \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{c_\nu}{z^\nu}. \tag{1}$$

M. Watson a démontré que $f(z)$ est déterminée d'une manière unique si l'on suppose

$$|f_n(z)| < b^n \,\underline{|\mu \alpha n}, \qquad (0 < \mu < 1), \tag{2}$$

b étant une constante [1]. On a posé :

$$f_n(z) = z^n f(z) - c_0 z^n - c_1 z^{n-1} - \ldots - c_{n-1} z.$$

Les conditions (S) doivent être telles que les relations

$$f(z) \simeq \sum \frac{c^\nu}{z_\nu}, \qquad g(z) \simeq \sum \frac{b_\nu}{z^\nu}$$

entraînent les suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned} & f'(z) \simeq \sum -\nu \frac{c_\nu}{z^{\nu+1}}, \qquad f(z) + g(z) \simeq \sum \frac{c_\nu + b_\nu}{z^\nu}, \\ & f(z)\, g(z) \simeq \sum \frac{a_\nu}{z^\nu}, \qquad a_\nu = \sum_{p=0}^{\nu} c_p b_{\nu-p}. \end{aligned} \right. \tag{3}$$

Finalement la relation (1) doit être équivalente à $f(z) = \sum \frac{c_\nu}{z^\nu}$ si la série est convergente.

Je me propose ici de démontrer que *les inégalités*

$$|f_n(z)| < \frac{k^n}{\left(\cos \frac{\theta}{\alpha}\right)^m} [\beta(n)]^{\alpha n} \tag{4}$$

(où k et m sont des constantes positives qui peuvent varier d'une fonction à

---

(1) M. Nevanlinna a perfectionné ce théorème en montrant qu'on peut remplacer μ par 1 dans l'inégalité (2) (*Zur Theorie der asymptotischen Potenzreihen*, Helsingfors, 1918).

une autre) *constituent un système de conditions* (S) *si*

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta(n)}$$

est une série divergente à termes positifs décroissants. Supposons, par impossible, qu'il existe une autre fonction $g(z)$ ayant la même série asymptotique que $f(z)$ et remplissant en outre la condition

$$|g_n(z)| < \frac{k_1^n}{\left(\cos\frac{\theta}{\alpha}\right)^{m_1}} [\beta(n)]^{\alpha n}.$$

On en déduit, pour la fonction

$$F(z) = f(z) - g(z) = \frac{f_n(z) - g_n(z)}{z^n},$$

une inégalité de la forme

$$|F(z)| < \frac{k_2^n}{\left(\cos\frac{\theta}{\alpha}\right)^{m_2}} \left[\frac{\beta(n)^\alpha}{r}\right]^n.$$

En prenant μ suffisamment grand, il s'ensuit aisément, pour la fonction

$$G(z) = \frac{1}{z^{\mu+1}} \int_z^{\infty} (x - z)^\mu F(x)\, dx, \tag{5}$$

la limitation

$$|G(z)| < k_3^n \left[\frac{\beta(n)^\alpha}{r}\right]^n.$$

En utilisant la transformation $Z = z^{\frac{1}{\alpha}}$, il s'ensuit, par un raisonnement utilisé dans ma Note *Sur un théorème de M. Denjoy* [1], que $G(z)$ est identiquement nul. Il en est donc de même de $F(z)$ en vertu de (5). C.Q.F.D.

On vérifie facilement les relations (3) en utilisant le fait que $\beta(n)$ est une suite croissante. Par contre, la monotonie de la fonction $\beta(n)$ n'est pas indispensable pour établir l'unicité de $f(z)$.

Remarquons qu'on pourrait obtenir le même résultat au moyen du théorème de M. Denjoy en considérant la fonction indéfiniment dérivable

$$\varphi(t) = \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{ts} F(s)\, ds.$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 373.

Comme application, prenons le problème de déterminer une fonction $\alpha(x)$ non décroissante, satisfaisant aux relations

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{\nu}\, d\alpha(x) = c_{\nu} \qquad (\nu = 0, 1, \ldots)$$

(problème des moments). En considérant la fonction

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\alpha(x)}{z - x},$$

qui admet $\sum \frac{c_{\nu}}{z^{\nu+1}}$ comme série asymptotique avec $|f_{2n+1}(z)| < \frac{c_{2n}}{\sin\theta}$, on trouve ainsi : *Le problème des moments*

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{\nu}\, d\alpha(x) = c_{\nu} \qquad (\nu = 0, 1, \ldots)$$

n'admet qu'une seule solution si $\sum \frac{1}{\sqrt[\nu]{|c_{\nu}|}}$ *diverge.*

Pour le problème de Stieltjes $\left[\int_{0}^{\infty} x^{\nu}\, d\alpha(x) = c_{\nu}\right]$, il suffit de supposer $\sum \frac{1}{\sqrt[2\nu]{|c_{\nu}|}}$ divergente, ce qu'on peut encore énoncer comme il suit : *Si la série* $\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu} c_{\nu}}{z^{\nu+1}}$ *admet une fraction continue de Stieltjes correspondante, on est sûr que cette fraction continue converge si* $\sum \frac{1}{\sqrt[2\nu]{|c_{\nu}|}}$ *diverge.*

Je suis arrivé à une autre démonstration (purement arithmétique) de cette proposition, qui permet, comme je le ferai voir dans un autre Mémoire, de trouver une nouvelle démonstration (basée sur la théorie des fractions continues) des théorèmes de M. Denjoy et de M. Borel sur les fonctions indéfiniment dérivables.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la méthode d'approximation d'Hermite.* Note de M. G. VALIRON, présentée par M. Émile Borel.

La considération des réduites des formes quadratiques binaires

$$f = (X - \omega Y)^2 + \frac{Y^2}{\Delta^2},$$

où ω est constant et Δ *une variable continue*, a conduit Hermite à démontrer

l'existence d'une suite de fractions $p:q$ approchant d'une irrationnelle donnée ω, l'approximation étant au moins égale à $\frac{1}{\sqrt{3}\,q^2}$ (¹). Humbert a développé la méthode d'Hermite en utilisant la division modulaire du demi-plan et a étudié la relation entre ces fractions d'Hermite et les réduites du développement de ω en fraction continue. D'une manière parallèle, Humbert introduisit une représentation géométrique très remarquable des réduites du développement en fraction continue de ω au moyen de la division du demi-plan en triangles de Stephen Smith. $z = x + iy$ étant la variable complexe, les triangles de Smith se déduisent du triangle fondamental de côtés $x = 0, y \geqq 0$; $x = 1, y \geqq 0$; $\left|z - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}, y \geqq 0$ par les substitutions du groupe modulaire: ces triangles ont leurs sommets aux points d'abscisse rationnelle de l'axe réel et ont pour côtés des demi-circonférences. Chaque point d'abscisse rationnelle non entière $p:q$ de cet axe est sommet intermédiaire d'un triangle $T(p, q)$, sommet gauche d'une suite de triangles dont l'un, le *premier*, est adjacent à $T(p, q)$ et sommet droit d'une autre suite dont le *premier* est adjacent à $T(p, q)$. Pour que $p:q$ soit une réduite de ω, il faut et il suffit que les deux côtés aboutissant en ce point dans l'un des triangles de Smith de sommet $p:q$ coupent la droite $x = \omega$ (et alors cette circonstance se produit pour l'un des premiers triangles).

Si l'on considère les hauteurs des triangles de Smith limitées aux sommets et à leur point de concours $\left(\text{c'est-à-dire les homologues des arcs } x = \frac{1}{2}, y > \frac{\sqrt{3}}{2}; |z| = 1, 0 \leqq y \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}; |z - 1| = 1, 0 \leqq y \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, on voit que la condition nécessaire et suffisante pour que $p:q$ soit fraction d'Hermite est que la droite $x = \omega$ coupe l'une des hauteurs aboutissant en ce point dans les triangles de Smith de sommet $p:q$. Pour que cette circonstance se produise, il est nécessaire et suffisant que $x = \omega$ coupe la hauteur aboutissant en $p:q$ dans l'un des deux premiers triangles de Smith de sommet $p:q$. Il en résulte de suite que toute fraction d'Hermite appartient à la suite des réduites ordinaires, que sur deux réduites consécutives l'une au moins est fraction d'Hermite, et la condition nécessaire et suffisante pour que $p:q$ soit fraction d'Hermite, donnée également par Humbert, s'obtient immédiatement.

(¹) Voir HERMITE, *Œuvres*, t. 1, p. 164; trois *Mémoires* de HUMBERT, *Journal de Math.*, 1916, et une *Note* de M. ÉMILE BOREL, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 596.

Mais il est clair que l'on peut remplacer les hauteurs des triangles de Smith par d'autres lignes brisées aboutissant aux sommets pourvu que toute droite $x = \omega$ (ω non rationnel) coupe une infinité de ces lignes. Ce n'est encore qu'appliquer la méthode de réduction continuelle. On peut prendre dans le triangle fondamental de Smith le point $z = 1$, $\arg z = \theta$ $\left(\theta > \frac{\pi}{3}\right)$, joindre ce point au point à l'infini par une parallèle à Oy et à l'origine par un arc de cercle tangent à Oy, puis prendre les homologues de cette ligne brisée dans les deux substitutions modulaires laissant invariant le triangle fondamental. On obtient dans chaque triangle de Smith trois lignes brisées formées de deux segments joignant les sommets deux à deux. Pour l'une au moins $p:q$ de deux réduites consécutives la droite $x = \omega$ coupera l'un des segments aboutissant en ce point, et inversement, tout sommet $p:q$ d'un segment coupé par $x = \omega$ donne une réduite ordinaire. La suite des fractions ainsi obtenues est d'ailleurs extraite de celle d'Hermite et donne l'approximation $\frac{1}{2\sin\theta q^2}$.

Dans le cas particulier simple où l'on part des deux segments déterminés sur Oy par le point d'ordonnée 1, on obtient une suite de fractions $p:q$ extraite de celle d'Hermite donnant l'approximation $\frac{1}{2q^2}$. Comme on passe des réduites ordinaires aux fractions de cette *deuxième suite d'Hermite* en supprimant l'une au plus de deux réduites consécutives, on obtient un développement de ω en fraction continue semi-arithmétique (les numérateurs sont ± 1) analogue au développement hermitien considéré par Humbert, mais donnant l'approximation $\frac{1}{2q^2}$. La condition nécessaire et suffisante pour que $p:q$ appartienne à cette deuxième suite est aisée à former.

On est ensuite conduit à considérer les réduites $p:q$ telles que la droite $x = \omega$ coupe *deux* des segments aboutissant en ce point $\left(\text{et correspondant à } \theta = \frac{\pi}{2}\right)$. On obtient encore une suite extraite de la précédente et qui se déduit de la suite des réduites ordinaires en supprimant au plus deux réduites sur trois consécutives. *Ces fractions donnent l'approximation canonique* $\frac{1}{\sqrt{5}q^2}$. On peut remplacer la condition de couper deux segments homologues du segment $x = 0$, $y > 1$ par celle de couper un homologue du segment $x = \frac{1}{2}$, $y \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$, ce qui est moins restrictif et donne la même approxi-

mation. Les fractions de cette *troisième suite d'Hermite* sont encore extraites de la deuxième suite. La condition pour qu'une fraction appartienne à cette suite est aisée à obtenir.

Dans le cas de l'approximation des irrationnelles quadratiques, les suites obtenues sont périodiques, cela résulte de suite du mode de démonstration d'Humbert. Si l'on considère une forme quadratique binaire indéfinie à coefficients entiers, on voit qu'il existera toujours des réduites dont la circonférence représentative coupera le segment considéré ci-dessus, et par suite des réduites dont la circonférence représentative coupera l'arc de cercle $|z| = \sqrt{\frac{3}{2}}$ compris entre les points d'abscisses $\pm \frac{1}{2}$; le nombre de ces *réduites canoniques* est en relation avec le nombre des fractions de la troisième suite d'Hermite appartenant à une période des irrationnelles obtenues en annulant la forme considérée.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le problème général de la poussée des terres.* Note de M. **Georges Rémoundos**.

Dans une Note récente [1], j'ai montré que le problème général de la poussée des terres se ramène à une équation à dérivées partielles *linéaire* à r, s, t et du *second ordre*. Quelques jours après, M. Goursat [2] a communiqué une autre solution du problème.

Or je dois faire observer que M. Goursat a pris les équations de M. Boussinesq avec une faute *typographique* qui a été faite dans ma Note. Les équations exactes de M. Boussinesq sont les suivantes :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + k\left[\frac{\partial(u\cos 2\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(u\sin 2\omega)}{\partial y}\right] = b_1,$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} + k\left[\frac{\partial(u\sin 2\omega)}{\partial x} - \frac{\partial(u\cos 2\omega)}{\partial y}\right] = b_2,$$

tandis que dans ma Note imprimée le signe — a été remplacé par le signe +. C'est pour cela que la solution de M. Goursat ne se rapporte pas au problème de la poussée des terres; on voit, d'ailleurs, immédiatement que, si les équations de M. Boussinesq avaient la forme parue dans ma Note impri-

(1) *Sur les déformations planes et le problème de la poussée des terres* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 929).

(2) *Sur le problème de la poussée des terres* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1049).

mée et dans celle de M. Goursat, la solution donnée par M. Goursat serait immédiatement visible et n'aurait pu échapper à M. Boussinesq.

Ma méthode et mon résultat se rapportent aux équations exactes de M. Boussinesq et, par conséquent, au problème général de la poussée des terres.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la déformation élastique d'un corps isotrope.* Note de M. SUDRIA, présentée par M. G. Kœnigs.

Une précédente Note a établi un théorème corrélatif du théorème de Ménabréa généralisé; ce théorème s'énonce ainsi :

« De toutes les déformations virtuelles que l'on peut concevoir pour le système de corps isotropes chargés brusquement, celle pour laquelle l'énergie cinétique virtuelle (somme des travaux des forces appliquées et des forces moléculaires) est maxima, est la déformation d'équilibre. »

Le théorème a été établi par un procédé qui ne s'applique qu'à un nombre fini de points chargés (résolution d'un nombre égal d'équations linéaires). On peut justifier, ainsi qu'il suit, l'extension au cas des charges continues :

Considérons l'intégrale étendue au volume total Ω du système :

$$\Theta = \iiint_\Omega \left[\frac{\lambda}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)^2 + \mu(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2) + \frac{\mu}{2}(\gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2 + \gamma_{xy}^2)\right] dx\,dy\,dz$$
$$+ \iiint_\Omega [\nu_x \varepsilon_x + \nu_y \varepsilon_y + \nu_z \varepsilon_z + \gamma_{yz}\tau_{yz} + \gamma_{zx}\tau_{zx} + \gamma_{xy}\tau_{xy}]\, dx\,dy\,dz,$$

dans laquelle les ε et les γ sont les paramètres de la déformation élastique au point x, y, z (avec la convention de signes du *Traité de Mécanique* de M. Appell); λ et μ sont les constantes d'isotropie; $\nu_x, \ldots, \tau_{yz}, \ldots$ les fatigues normales et tangentielles au moment de l'équilibre, sous les forces données.

Cette intégrale est minima, pour les valeurs des ε et des γ correspondant à cet équilibre; en effet, dans l'élément différentiel, le facteur de $dx\,dy\,dz$ contient, comme ensemble de termes du second degré, une fonction quadratique définie positive ϖ et, d'après une proposition rappelée dans la précédente Note, il suffit, pour établir l'existence du minimum, de vérifier que les conditions du premier ordre sont remplies. Or, on sait qu'au moment de l'équilibre on a bien :

$$\nu_x = -\frac{\partial\varpi}{\partial x}, \qquad \ldots, \qquad \tau_{yz} = -\frac{\partial\varpi}{\partial\gamma_{yz}}, \qquad \ldots.$$

Interprétons maintenant ce résultat; dans l'intégrale Θ la seconde ligne

peut s'écrire, en exprimant les paramètres au moyen des composantes du déplacement du point et en intégrant par parties :

$$\iiint_\Omega \Big[\frac{\partial}{\partial x}(u\nu_x + v\tau_{xy} + w\tau_{zx}) + \frac{\partial}{\partial y}(u\tau_{xy} + v\nu_y + w\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(u\tau_{zx} + v\tau_{xz} + w\nu_z)\Big]\,dx\,dy\,dz$$

$$-\iiint_\Omega \Big[u\left(\frac{\partial\nu_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}\right) + v\left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\nu_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}\right) + w\left(\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\nu_z}{\partial z}\right)\Big]\,dx\,dy\,dz.$$

La formule d'Ostrogradsky permet de remplacer la première intégrale de volume par l'intégrale étendue à la surface Σ limitant le système :

$$\iint_\Sigma [(u\nu_x + v\tau_{xy} + w\tau_{xy})\alpha + (u\tau_{xy} + v\nu_y + w\tau_{yz})\beta + (u\tau_{yz} + v\tau_{zx} + w\nu_z)\gamma]\,d\sigma$$

ou encore

$$-\iint_\Sigma [u\mathrm{X}_e + v\mathrm{Y}_e + w\mathrm{Z}_e]\,d\sigma,$$

X_e, Y_e, Z_e étant les composantes de la force unitaire appliquée à l'élément $d\sigma$, α, β, γ les cosinus des angles des axes de coordonnées avec la demi-normale positive à cet élément.

Cette intégrale de surface est donc le travail, changé de signe, des forces appliquées extérieures.

Reste la dernière intégrale; elle s'écrit encore, d'après les équations classiques de l'élasticité :

$$-\iiint_\Omega \rho(u\mathrm{X}_i + v\mathrm{Y}_i + w\mathrm{Z}_i)\,d\omega,$$

$\rho\mathrm{X}_i$, $\rho\mathrm{Y}_i$, $\rho\mathrm{Z}_i$ étant les composantes de la force unitaire appliquée à l'élément de volume $d\omega$. On obtient ainsi le travail, changé de signe, des forces appliquées intérieures.

Les deux résultats précédents ajoutés donnent donc $-\mathcal{T}_a$, travail de toutes les forces appliquées, changé de signe. Si l'on tient compte de ce que, dans l'intégrale Θ, la première ligne est le potentiel interne du corps, c'est-à-dire le travail, changé de signe, des forces moléculaires $-\mathcal{T}_m$, on trouve bien que la somme $-(\mathcal{T}_a + \mathcal{T}_m)$ est minima, ou encore que le travail total $\mathcal{T}_a + \mathcal{T}_m$ (énergie cinétique virtuelle) est maxima pour la déformation d'équilibre.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète 1922 a (Skjellerup) faites à l'équatorial de 49^cm de l'Observatoire de Strasbourg.* Note de M. A. **Danjon**, présentée par M. B. Baillaud.

Observations de la comète.

Dates 1922.	T. m. St.	Δℛ.	Δ𝒟.	Nombre de compar.	ℛ apparente.	Log. fact. parall.	𝒟 apparente.	Log. fact. parall.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
22 mai...	10.52. 0	−0. 6,7	−7.44,0	5.5	8.20.12,1	9,627	65.40.34,0	0,754 *n*	*a*
28 » ...	10.45.19	+0.35,66	−5.51,2	5.5	8.58. 7,25	9,656	59. 7.59,3	0,761 *n*	*b*
29 » ...	11. 5.44	+4.29,80	−0.40,6	5.5	9. 5.38,37	9,659	57.56.29,1	0,772 *n*	*c*

Étoiles de comparaison.

★.	Gr.	ℛ 1922,0.	Réduction au jour.	𝒟 1922,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
a..............	7,5	8.20.18,14	+0,59	65.48. 9,4	+8,8	A. G. Berlin 3369
b..............	10,0	8.57.30,94	+0,63	59.13.44,4	+6,1	Oxford Astrogr. 31°22958
c..............	9,0	9. 1. 7,93	+0,64	57.57. 4,1	+5,6	A. G. Leiden 3751

Remarque. — Comète faible, avec une condensation peu marquée le 22, plus facilement visible les 28 et 29.

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul des coordonnées héliographiques.* Note de M. E. **Merlin**, présentée par M. H. Andoyer.

L'étude des mouvements que révèle la surface du Soleil se poursuit chaque jour plus précise. Aussi, dans la détermination des coordonnées curvilignes d'un point de cette surface par rapport à un système de référence lié au Soleil, convient-il de conduire le calcul de façon à conserver tout le bénéfice d'une mesure de haute précision. Il faut donc éviter l'introduction d'erreurs supérieures à celles qu'amènent naturellement, d'une part l'approximation de la mesure elle-même, d'autre part celle des données numériques qui sont fournies par les éphémérides.

Rappelons que la parallaxe solaire présente une incertitude de quelques millièmes de seconde d'arc et que la *Connaissance des Temps* donne l'ascension droite et la déclinaison du Soleil, la première à $0^s,01$, la seconde à $0'',1$ près. D'ailleurs, grâce aux dimensions et aux perfectionnements des instru-

ments astronomiques et des appareils de mesure, il est aujourd'hui possible de connaître la distance angulaire de deux points d'une même image du Soleil, avec une précision de quelques centièmes de seconde d'arc. On en conclut que, dans le calcul qui nous occupe, il est nécessaire de tenir compte de la parallaxe.

Cela étant, soient φ' la latitude géocentrique du lieu O' d'observation, ρ le rayon vecteur correspondant, rapporté au rayon équatorial comme unité, t l'heure sidérale locale au moment de l'observation, α et δ l'ascension droite et la déclinaison géocentriques du Soleil au même instant, χ l'angle de position d'un détail Q, par rapport au centre c de la calotte solaire vue de O', σ la distance angulaire de c à Q, du même point de vue O'. Désignons encore par p' la distance angulaire de O' à Q vue du centre S du Soleil et par s' le demi-diamètre apparent géocentrique de cet astre.

Le calcul prouve que les formules suivantes, où μ et ν sont des angles auxiliaires et ϖ la parallaxe solaire horizontale équatoriale, respectent les conditions d'approximation imposées plus haut :

$$\begin{aligned} \operatorname{tang}\mu &= \cot\varphi' \cos(t-\alpha), \\ \cos\nu &= 2\rho\varpi \sin\varphi' \sin(\delta+\mu)\,\text{séc}\,\mu \sin 1'', \\ \sin(p'+\sigma) &= \sqrt{2}\sin\sigma\,\text{coséc}\,s' \sin\frac{\nu}{2}. \end{aligned}$$

Elles font connaître p' sans incertitude, car μ est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$, ν est voisin de $\frac{\pi}{2}$ et $p'+\sigma$ est compris entre o et $\frac{\pi}{2}$.

Les corrections de parallaxe sont d'ailleurs

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= -\frac{\rho\varpi}{15}\cos\varphi'\,\text{séc}\,\delta \sin(t-\alpha), \\ \Delta\delta &= \rho\varpi\cos\varphi' \sin\delta\cos(t-\alpha) - \rho\varpi\sin\varphi'\cos\delta. \end{aligned}$$

Imaginons une sphère céleste Σ coïncidant avec la surface du Soleil. Par S menons une demi-droite parallèle au demi-axe de rotation de la Terre, une demi-droite perpendiculaire au plan de l'écliptique moyen et le demi-axe de rotation du Soleil, ces trois demi-droites étant dirigées dans l'hémisphère nord. Soient P'', π et $\mathfrak{P}$ les points de rencontre de ces demi-droites avec Σ, et C la projection héliocentrique sur Σ du centre de la Terre. Appelons α_1 et $\varkappa$ respectivement les angles cP''Q et P''CQ, comptés dans le sens direct pour un observateur extérieur à la sphère, p et a respectivement les arcs CQ et P''Q compris entre o et π. Les triangles P''cQ et P''CQ con-

duisent aux formules suivantes :

$$\begin{aligned} m\sin M &= \sin p'\cos\chi, \\ m\cos M &= \cos p', \\ \sin a\sin\alpha_1 &= -\sin p'\sin\chi, \\ \sin a\cos\alpha_1 &= m\cos(\delta+\Delta\delta-M); \end{aligned} \qquad \begin{aligned} n\sin N &= \sin a\cos(\alpha_1+\Delta\alpha), \\ n\cos N &= -m\sin(\delta+\Delta\delta-M), \\ \sin p\sin\varkappa &= -\sin a\sin(\alpha_1+\Delta\alpha), \\ \sin p\cos\varkappa &= n\cos(\delta-N), \\ \cos p &= -n\sin(\delta-N); \end{aligned}$$

m et n étant deux nombres positifs dont les logarithmes seuls doivent être calculés, M et N des angles auxiliaires.

Les coordonnées bipolaires a et p du détail considéré rattachent celui-ci à l'orientation du vecteur héliocentrique SC passant par le centre de la Terre et à l'orientation de l'axe de rotation terrestre. Elles sont propres à mettre en évidence l'influence de la Terre sur le détail.

Désignons par $\mathfrak{L}$ la longitude du nœud ascendant de l'équateur solaire sur l'écliptique moyen, comptée à partir de l'équinoxe moyen de la date considérée, par i l'inclinaison de l'équateur solaire sur l'écliptique moyen et par ε l'obliquité moyenne de la même date. Les formules

$$\operatorname{tang}\frac{\mu_1-\nu_1}{2} = -\operatorname{tang}\frac{\mathfrak{L}}{2}\,\frac{\sin\frac{\varepsilon-i}{2}}{\sin\frac{\varepsilon+i}{2}}, \qquad \operatorname{tang}\frac{\mu_1+\nu_1}{2} = -\operatorname{tang}\frac{\mathfrak{L}}{2}\,\frac{\cos\frac{\varepsilon-i}{2}}{\cos\frac{\varepsilon+i}{2}},$$

$$\sin\frac{a_1}{2} = \cos\frac{\mathfrak{L}}{2}\,\frac{\sin\frac{\varepsilon+i}{2}}{\cos\frac{\mu_1-\nu_1}{2}}$$

définissent sans ambiguïté deux angles $\frac{\mu_1-\nu_1}{2}$ et $\frac{\mu_1+\nu_1}{2}$ compris entre o et $-\frac{\pi}{2}$ et un arc a_1 compris entre o et π. Le triangle $P''\pi\mathfrak{P}$ donne immédiatement la signification de ces éléments.

Désignons par B et L la latitude et la longitude héliographique du détail considéré, en prenant pour origine de cette dernière le nœud ascendant de l'équateur solaire sur l'écliptique et pour sens le sens direct. Nous aurons

$$\begin{aligned} j\sin J &= \sin a\sin(\nu_1+\alpha+\alpha_1+\Delta\alpha), \\ j\cos J &= -m\sin(\delta+\Delta\delta-M), \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \operatorname{tang}\mu_2 &= \frac{\sin a\cos(\nu_1+\alpha+\alpha_1+\Delta\alpha)}{j\sin(a_1-J)}, \\ \operatorname{tang} B &= \cot(a_1-J)\cos\mu_2, \end{aligned}$$

$$L = \mu_1+\mu_2-\frac{3\pi}{2};$$

$\sin \mu_2$ étant de même signe que $\cos(\nu_1 + \alpha + \alpha_1 + \Delta\alpha)$ et B étant comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$.

Si L′ représente la longitude héliographique comptée dans le sens direct à partir du méridien solaire passant par le nœud ascendant de l'équateur solaire sur l'écliptique à l'époque τ_0 et n' la vitesse angulaire diurne de la rotation du Soleil autour de son axe,

$$L' = L - n'(\tau - \tau_0),$$

$\tau - \tau_0$ étant l'intervalle de temps, exprimé en jours moyens, séparant τ_0 de l'époque τ de l'observation.

Ces formules n'utilisent que des données contenues dans la *Connaissance des Temps*. Elles ne laissent régner aucune incertitude sur la valeur des inconnues et fournissent ces dernières avec le maximum d'approximation que permettent les mesures. Des tables appropriées en faciliteraient l'usage.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE SUPÉRIEURE. — *Sur la réfraction d'un pinceau lumineux dans le cas général.* Note de M. **Dufour**, présentée par M. Appell.

La méthode dont nous donnons ici le résumé permet d'obtenir les trois équations qui définissent le pinceau réfracté [1] en faisant intervenir l'invariant optique du premier ordre $n \cos i \, di$.

Soient Σ la surface optique; S et S′ les surfaces de l'onde incidente et de l'onde réfractée; Λ, L et L′, la normale, le rayon incident et le rayon réfracté en I; Q le plan d'incidence en I; R le plan mené par Λ perpendiculairement à Q, et P un plan quelconque passant par Λ. Les mêmes lettres affectées de l'indice o se rapporteront au point d'incidence I_0 du rayon central du pinceau. Nous pouvons écrire l'équation de P sous la forme

$$P = k_1 Q + k_2 R = 0,$$

où k_1 et k_2 sont des paramètres convenablement choisis. Ce plan P est infiniment voisin du plan P_0 ayant pour équation

$$P_0 = k_1 Q_0 + k_2 R_0 = 0.$$

(1) Cf. Bouasse, *Optique géométrique supérieure*, Paris 1907, p. 173, ou Heath *Geometrical Optics*, Cambridge 1895, p. 182.

Remarque. — Si nous projetons P sur P_0, l'angle d'une droite quelconque de P avec sa projection est un infiniment petit, et son cosinus ne diffère de l'unité que d'un infiniment petit du second ordre. Par suite, les relations entre quantités finies et les relations du premier ordre établies entre des longueurs et des angles d'une figure quelconque de P se conservent aux infiniment petits du second ordre près pour les projections de cette figure sur P_0.

Nous nous appuierons sur le théorème suivant : Les angles que font avec la normale les projections respectives d'un rayon incident L et du rayon réfracté L' sur un plan quelconque passant par la normale au point d'incidence obéissent à la loi de la réfraction, si l'on prend pour indices les produits respectifs des indices des deux milieux par le cosinus de l'angle ω ou ω' de L ou L' avec P [1].

1. La remarque faite plus haut nous permet de transformer ce théorème et de dire : Les projections de L et L' sur un plan quelconque P_0 mené par la normale au point d'incidence du rayon central du pinceau, font avec cette normale des angles qui suivent la loi de la réfraction si l'on prend pour indices les produits $n \cos\omega$ et $n' \cos\omega'$. Si P_0 se confond avec Q_0 ou avec R_0, nous obtenons comme cas particuliers le théorème de Lippich.

2. Soient σ, s et s', σ_0, s_0 et s'_0 les tangentes des intersections de Σ, S et S' avec P et P_0. Les projections de σ, s et s' sur P_0 se confondent avec σ_0, s_0 et s'_0, si nous négligeons les infiniment petits d'ordre supérieur au second. Quand P se confond avec Q ou avec R, P_0 se confond avec Q_0 ou avec R_0.

L et L' étant perpendiculaires à s et s', les projections l_0 et l'_0 de L et L' sur P_0 sont, au second ordre près, perpendiculaires à s_0 et s'_0. Autrement dit, l_0 et l'_0 *qui ne sont pas des normales aux surfaces* S *et* S', sont normales aux sections de S et S' par Q_0 et R_0, et, d'après ce qui a été dit au paragraphe 1, l_0 et l'_0 sont conjuguées. Nous sommes donc ramenés à étudier dans un plan la réfraction d'une onde circulaire sur un cercle [2].

L'expression analytique de l'invariant optique du premier ordre au voisinage de I_0 dans les plans Q_0 et R_0 nous donne les deux premières des trois équations qui définissent le pinceau réfracté.

---

[1] Ce théorème est une conséquence immédiate des propriétés du triangle sphérique rectangle, mais on peut en donner une démonstration tout à fait élémentaire. Cf. Heath, *loc. cit.*, p. 21.

[2] Cf. Dufour, *Les focales du dioptre sphérique* (*Bulletin de l'Union des Physiciens*, avril-mai 1917).

3. Quand nous passons du point I_0 au point I, la normale à Σ tourne d'un angle égal au produit de l'élément II_0 par la torsion géodésique de Σ le long de II_0 (¹), et les angles dont tournent les rayons incident et réfracté sont donnés par des expressions analogues. Les angles i et i' sont donc fonctions des torsions géodésiques de Σ, S et S' le long de II_0, et, comme ils sont liés par la loi de Descartes, les trois torsions géodésiques ne sont pas indépendantes. La façon la plus simple de trouver la relation qui existe entre elles est de choisir II_0 perpendiculaire à Q_0 : alors σ_0, s_0 et s'_0 se confondent, Λ, L et L' sont parallèles à Q_0 et les trois angles de rotation sont parallèles à Q_0. Si nous projetons L et L' sur Q_0, la variation de l'angle d'incidence en passant de I à I_0 est égale à la somme ou à la différence des angles dont le rayon incident et la normale ont tourné à partir du point I_0, suivant que ces rotations sont de même sens ou de sens contraire (²). Si, dans l'expression analytique de l'invariant optique du premier ordre au voisinage de I_0 dans le plan R_0, nous introduisons les valeurs des trois torsions géodésiques le long de II_0, nous obtenons la troisième équation définissant le pinceau réfracté.

La méthode qui précède nous semble intéressante, en ce qu'elle met en évidence le rôle de certains rayons, tandis que le procédé habituel, qui fait intervenir le chemin optique, prend en bloc tous les rayons du pinceau sans faire connaître à quels rayons particuliers il faudrait appliquer la loi de Descartes pour obtenir les trois équations du pinceau.

PHYSIQUE. — *Sur les variations de l'opalescence critique avec le remplissage des tubes et la nature des liquides étudiés.* Note de M. A. **Andant**, présentée par M. E. Bouty.

Dans une Note précédente (³), j'ai montré comment l'opalescence critique varie avec la température et la longueur d'onde de la lumière incidente. Je me propose d'exposer aujourd'hui une partie des résultats de recherches expérimentales entièrement nouvelles sur l'influence du remplissage des tubes et de la nature des liquides sur l'opalescence critique.

(¹) Cf. la définition de la torsion géodésique donnée par Demartres dans son *Cours de Géométrie infinitésimale*, Paris, 1913, p. 261.

(²) Dufour, *loc. cit.*

(³) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1333.

Les résultats résumés ici ne se rapportent qu'aux mesures faites à températures décroissantes, en lumière monochromatique transmise (raie verte du mercure).

Pour les séries d'expériences dont les résultats doivent être comparés, les tubes proviennent de la même coulée de verre d'Iéna et sont choisis bien réguliers. Ils sont fixés à l'appareil de remplissage par des joints à la glu marine recouverte de mercure qui permettent la détermination exacte des remplissages par pesées directes. Les tubes d'une série doivent être étudiés l'un après l'autre dans des conditions optiques et thermiques rigoureusement identiques. On fait descendre les tubes dans leur support à l'intérieur de l'étuve au moyen d'un fil fin et on les retire de même. Dans ces conditions rien ne change dans le montage optique quand on passe d'un tube à un autre. Les résultats sont rendus encore plus comparables par une série d'expériences imbriquées.

I. *Influence du remplissage des tubes.* — Le remplissage des tubes est défini par le rapport D mesuré à 18° du volume du liquide au volume de la vapeur contenus dans le tube. Le remplissage critique correspond à la valeur 0,50 de ce rapport.

1. La température T'_c de réapparition du ménisque dans un tube de Natterer est une fonction parabolique du remplissage D de ce tube. Une série d'observations faites sur six tubes à éther dont les remplissages sont compris entre 0,42 et 0,71 permet de relier T'_c et D par la relation

$$T'_c = 190^\circ,04 + 12,75\,D - 12,50\,D^2.$$

La construction des courbes de variation de l'opalescence avec la température, faite pour les six tubes en question, montre qu'il existe entre T'_c et la température du maximum d'intensité T_M un écart dont la valeur passe par un minimum (0°,02) pour les remplissages voisins de 0,50. Cet écart est de 0°,06 pour D = 0,42 et de 0°,09 pour D = 0,71.

2. Le phénomène de l'opalescence n'est pas visible avec les moyens employés lorsque le ménisque disparaît vers le fond ou vers le haut du tube bien avant la vraie température critique. Faible dans les tubes à remplissage un peu inférieur au remplissage critique, l'intensité du phénomène passe par un maximum pour les remplissages voisins de 0,50 et décroît lentement à mesure que D augmente. Pour deux tubes ayant des remplissages plus grand ou plus petit que D de la même quantité, les intensités de lumière absorbée ne sont pas égales.

Ces variations de l'intensité de l'opalescence avec le remplissage

expliquent nettement que l'opalescence ait une durée moindre pour les tubes à faible et à fort remplissage.

Pour un tube à éther de remplissage 0,42, l'opalescence commence à 1°,50 avant le maximum; pour $D = 0,56$, elle commence à 3° avant T_M et, pour $D = 0,71$, à 2° seulement au-dessus de T_M.

II. *Influence de la nature des liquides.* — J'ai étudié systématiquement les opalescences relatives des quatre acétates de méthyle, d'éthyle, de butyle et d'isobutyle, contenus dans des tubes ayant même remplissage, très voisins de 0,50.

Pour les deux derniers liquides, qui sont deux isomères, aucune différence nettement accusée n'est apparue dans les quantités de lumière absorbée. Mais l'opalescence est nettement plus intense et son domaine plus étendu quand on passe du premier au quatrième terme de la série des éthers acétiques.

Les intensités augmentent plus rapidement lorsque la température décroît pour l'acétate d'isobutyle que pour celui de méthyle. Jusqu'à 0°,20 environ de la température du maximum d'intensité, elles sont sensiblement proportionnelles aux carrés des poids moléculaires des liquides étudiés. Au voisinage immédiat du point critique, cette proportionnalité ne se vérifie plus.

Dans la Note précédente, nous avons vu que la loi régulière de variation de l'opalescence avec la température et la longueur d'onde subit une forte perturbation au voisinage immédiat de la température critique. La loi de variation avec la nature du liquide subit, elle aussi, une déformation très nette dans les mêmes limites. Ainsi se confirme l'idée qu'il faut séparer la vraie opalescence du trouble très accusé, caractéristique du passage au point critique et que certains auteurs ont appelé très justement le « blanchissement ».

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la mesure précise des niveaux d'énergie de l'atome de baryum et sur l'apparition du spectre L d'ionisation.* Note de M. **A. Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

Grâce à la technique indiquée dans notre dernière Note [1], nous avons pu étudier d'une manière approfondie le spectre de haute fréquence du baryum qui est, entre l'argent et les terres rares, l'élément à la fois le moins

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1347.

fusible et le plus aisément isolable à l'état de pureté. Une petite quantité de ce métal, obligeamment préparée par M. Guntz, a été fondue dans le vide sur une anticathode de cuivre, de manière à constituer un alliage conducteur et peu fusible. L'absorption de la vapeur de mercure a été prévenue par condensation. Les spectres, très intenses et très dispersés, nous ont montré l'existence de plusieurs nouveaux phénomènes importants.

I. Nos clichés présentent deux raies blanches, L_1 et L_2, dont la position coïncide avec celle des limites d'absorption. Ces raies sont immédiatement suivies, du côté des grandes longueurs d'ondes, par deux faibles lignes noires. La largeur des raies blanches et noires est la même : environ $0^{mm},2$, et la distance de leurs centres est voisine de $0^{mm},5$. Les secondes ne sauraient être β_5 et γ_2 du baryum, car nous pensons que le niveau $O_{1,2}$ débute seulement au praséodyme, élément pour lequel les huit corpuscules diquantiques périphériques du xénon (qui garnissaient les trois niveaux O_5, O_4 et O_3) deviennent triquantiques par suite du passage de la couche N′ de 3 à 4 quanta. Ces raies sont les homologues des raies de l'or β'_5 (1036,0) et γ'_2 (899,0) et répondent aux combinaisons PL_1 et PL_2. Elles sont probablement excitées dans la couche de vapeur issue du foyer.

L'existence du phénomène linéaire d'absorption fait qu'il est possible (pour la première fois pour un élément autre que l'uranium) de mesurer d'une façon précise l'énergie des niveaux de basse fréquence. Nous trouvons ainsi, pour le niveau P, $7,0 \pm 0,3$ volts, alors que le potentiel d'ionisation (P) de la vapeur de baryum a été trouvé égal à 5,2 volts. La différence doit être due au fait que nous avons affaire à des ions positifs, alors que les mesures de potentiels d'ionisation sont exécutées sur des atomes normaux.

II. On savait jusqu'ici que les éléments lourds possèdent tous un doublet $\gamma_3\gamma_7$ formé par deux fortes lignes d'égale intensité, présentant une différence de longueurs d'ondes constante. Cependant nous avions déjà reconnu que pour l'antimoine γ_3 était beaucoup plus intense que γ_7. Pour le baryum, pour lequel les clichés sont meilleurs et les raies beaucoup moins diffuses, nous avons observé le même effet. De plus, ces deux raies, qui sont déplacées, possèdent chacune un satellite de plus grande longueur d'onde (γ'_3 et γ'_7).

Nous trouvons aussi deux raies faibles : 2211,2 et 2371,7, formant un doublet de Sommerfeld et qui ne sauraient être γ_6 et β'_7, le niveau N_{12} devant débuter seulement au praséodyme. Nous pensons qu'il s'agit des lignes O_5L_2 et O_5L_1 dont la seconde seule était connue (β_7) pour les éléments lourds.

III. Nos clichés montrent encore un certain nombre de raies faibles qui

sont des satellites de haute fréquence des raies principales telles que γ_4, γ_1, β_2. Celui de β_1 se confond avec le second ordre de la raie β_1 du tungstène. Celui de α_1 n'est pas net par suite de l'aspect diffus de cette raie. Les raies γ_3 et γ_7 en sont dépourvues. Il s'agit, à notre avis, de l'apparition du spectre d' « étincelle » dans la série L, comme nous l'avons signalé ([1]) dans la série K pour le cuivre, c'est-à-dire dans le même domaine de fréquences.

En particulier le satellite de γ_4 a exactement le même aspect que la raie $K\gamma_2$ du cuivre. Il vérifierait, il est vrai, la combinaison PL_3 ([2]); mais, comme il n'existe pas pour les éléments plus lourds, il ne s'agit là que d'une coïncidence et sa véritable origine doit être recherchée dans un déplacement du niveau $O_{3,4}$ (que nous venons de dédoubler pour l'uranium) consécutif d'une ionisation O. Cette raie n'a, non plus, aucun rapport avec notre $\gamma_8(P_{1,2}L_3)$ de U. Nous proposons pour ces lignes d'ionisation la notation suivante :

$$\gamma_4^i, \quad \gamma_1^i, \quad \beta_2^i, \quad \ldots$$

IV. Le Tableau suivant renferme les résultats de nos mesures. Celles-ci ont été faites en prenant comme références les lignes γ_1, β_1 et β_2 de Hjalmar. L'approximation est la même que pour nos précédentes mesures.

Longueurs d'ondes des raies L *du baryum* (10^{-11} cm).

Combinaison.	Raie.	Longueur d'onde.	Intensité.
–	γ_4^i	2067,5	faible
$O_{3,4}L_3$	γ_4	2071,3	assez forte
N_4L_3	γ_9	2098,9	faible
N_6L_3	γ_3	2129,1	forte
–	γ_3'	2134,2	assez forte
N_7L_3	γ_7	2140,6	assez forte
–	γ_7'	2143,8	très faible
–	L_2	2199,0	assez forte
PL_2	γ_2'	2201,6	faible
O_5L_2	γ_{11}	2211,2	très faible
–	–	2218,6	très faible
–	γ_1^i	2232,4	moyenne
N_5L_2	γ_1	(2236,2)	très forte
–	–	2283,4	faible

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 443.

([2]) L'énergie du niveau L_3 est prise égale à $\frac{\nu}{R} = 441,3$, les valeurs de Hertz et de Lindsay étant un peu trop grandes comme le montrent les lignes γ_9 et β_8.

Longueurs d'ondes des raies L *du baryum* (10^{-11} cm) (*suite*).

Combinaison.	Raie.	Longueur d'onde.	Intensité.
–	–	2288,2	très faible
N_8L_2	γ_5	2303,6	assez forte
–	–	2344,7	moyenne
–	–	2351,1	faible
–	L_1	2356,0	forte
PL_1	β'_5	2359,5	faible
O_5L_1	β_7	2371,7	faible
M'_1L_3	β_8	2375,5	moyenne
N_3L_1	β''_2	2381,3	moyenne
–	β'_2	2395,4	moyenne
N_4L_1	β_2	(2399,3)	très forte
N_8L_1	β_6	2477,6	($\alpha_1 Hg_2$)
M_3L_3	β_3	2511,6	forte
M_4L_3	β_4	2549,9	forte
M_2L_2	β_1	(2562,2)	très forte
M_5L_3	β_{11} (?)	2631,5	très faible
–	–	2732,7	moyenne
M_1L_1	α_3	2755,4	(γCu_2)
M'_1L_1	α_1	2768,5	très forte
M_2L_1	α_2	2777,7	($\beta_1 Cu_2$)
M_5L_2	η	2841,3	assez forte

Il est à remarquer que nos clichés ne montrent ni β_9 ni γ_{10}. En outre, un certain nombre de lignes nouvelles sont apparues qui ne peuvent encore être attribuées avec certitude au baryum. Ainsi les raies 2283,4 et 2288,2 pourraient être le doublet $K\alpha_1\alpha_2$ du chrome et 2344,7 le second ordre de $L\alpha_1$ du plomb. La ligne 2631,5 s'identifie mal avec β_{11} qui deviendrait M_5L_3 au lieu d'être M_3L_2. La raie 2732,7, qui est assez intense, semble difficilement être $L\alpha_1U_3$ ou $L\beta_2Lu_2$. De nouvelles recherches répondront à ces questions.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur un nouveau phénomène d'absorption observé dans le domaine des rayons X*. Note de MM. **M. de Broglie** et **A. Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

Nous avons déjà signalé, il y a quelque temps [1], l'existence de raies d'absorption au voisinage des limites de haute fréquence. Ce phénomène, qui

---

[1] M. de Broglie et A. Dauvillier, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 626, et A. Dauvillier, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 35.

était connu pour celles de grandes longueurs d'ondes, a été interprété théoriquement par Kossel et correspondrait au passage des électrons intra-atomiques sur les orbites optiques. C'est un effet de faible intensité et tout à fait secondaire par rapport aux discontinuités d'absorption, à tel point qu'il est demeuré longtemps insoupçonné dans ce domaine et que seules des conditions photographiques exceptionnelles ont pu le faire apparaître d'une manière indiscutable.

Dans toutes ces expériences, c'est sur un *spectre d'absorption* que ces raies étaient observées, qu'il s'agisse de celui des atomes lourds contenus dans l'émulsion photographique ou de celui des éléments constituant l'écran absorbant. Or l'un de nous (voir la Note précédente), étudiant le *spectre d'émission* L du baryum a obtenu, sans l'interposition d'aucun écran, des clichés montrant de telles raies, d'ailleurs beaucoup plus apparentes et sans qu'aucune bande d'absorption soit visible. Il s'agit donc d'un phénomène différent des précédents et dont le siège est l'anticathode.

On conçoit d'abord aisément que, pour une même vitesse d'électrons cathodiques, les phénomènes d'absorption produits au foyer deviennent d'autant plus accentués que le nombre atomique de l'élément qui le constitue est plus petit. Les coefficients d'absorption, pour les corpuscules excitateurs et pour les rayons caractéristiques excités, varient en effet rapidement et en sens contraires en fonction du nombre atomique.

Les raies blanches observées ne s'étendent toujours pas sur un domaine spectral appréciable, car elles ont la même largeur que les faibles raies du spectre d'émission. L_1 est plus claire que L_2; L_3 n'est pas visible et n'existe probablement pas. L'interposition d'écrans contenant du baryum, sur une partie de la hauteur du spectre, les laisse faiblement subsister sans parvenir encore à faire apparaître les bandes, pour les temps de pose employés. Nous trouvons pour longueurs d'ondes de ces lignes : $L_1 = 2356,0.10^{-11}$cm et $L_2 = 2199,0$, en très bon accord avec Lindsay [1] qui a plutot mesuré les discontinuités et qui a obtenu 2357,7 et 2199,5, mais en désaccord avec Hertz [2] qui a trouvé 2348 et 2194 et dont les mesures paraissent moins précises.

Il semble que l'apparition de ce phénomène soit liée à l'état d'ionisation intense dans lequel se trouvent les atomes du baryum occupant le foyer

---

(1) Mesures d'absorption effectuées à Lund avec un spectrographe à vide de Siegbahn et non encore publiées.

(2) *Zeistchr. für Phys.*, t. 3, 1920, p. 19-25.

(40 kilovolts, 200 watts/mm²) et qu'il doit aussi se manifester pour tous les éléments plus légers placés dans les mêmes conditions.

Il ne s'agit pourtant pas là d'un effet de recombinaison des ions porteurs de charges multiples formés, car, si un grand nombre d'atomes du foyer subissaient simultanément des ionisations O, par exemple, les raies issues des niveaux O seraient renversées. Or aucun effet de ce genre n'est visible : γ_4, en particulier, est aussi intense que pour les éléments lourds pour lesquels la probabilité d'ionisation O est beaucoup plus faible. L'effet intéresse seulement le domaine optique, mais sans posséder aucun des caractères du phénomène de Kossel.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la cristallisation du tellure amorphe.* Note de M. A. **Damiens**, présentée par M. Le Chatelier.

Deux théories sont aujourd'hui discutées contradictoirement sur la nature des corps amorphes. Les uns considèrent ces corps comme étant en un état *métastable*, où leur vitesse de cristallisation est nulle. D'autres pensent avec Tammann que, sous une pression donnée, l'état cristallin est limité aux basses températures par l'état solide amorphe qui y serait alors *stable*, comme il l'est aux températures élevées par l'état liquide.

L'étude des relations thermiques entre les corps amorphes et les mêmes corps cristallisés doit permettre de lever le doute, le sens de l'effet thermique permettant de définir les conditions de stabilité relative des variétés allotropiques, dans l'échelle des températures, par application de la loi du déplacement de l'équilibre. Or on observe toujours, sauf dans le cas du tellure, que la cristallisation d'un corps solide amorphe est un phénomène exothermique, ce qui justifie le premier point de vue, généralement adopté, en raison de ce fait qui est presque général. Il est intéressant de chercher la raison pour laquelle le tellure fait exception. D'après les mesures calorimétriques de MM. Berthelot et Fabre, la relation suivante existerait entre le tellure cristallisé et le tellure amorphe :

$$\text{Te cristallisé} = \text{Te amorphe} + 12^{\text{Cal}},096 \text{ (pour } 64^{\text{g}}),$$

soit pour un atome ($127^{\text{g}},5$) :

$$24^{\text{Cal}},09.$$

Les auteurs sont arrivés à cette conclusion en étudiant la chaleur de réaction du tellure, pris sous différentes formes, sur un mélange de brome

et d'eau de brome. Le tellure solide obtenu par trempe du tellure fondu serait un mélange de tellure amorphe et de tellure cristallisé, et il y aurait là un point de rapprochement avec le soufre, élément de la même famille.

Or nos recherches antérieures (1) sur l'allotropie du tellure nous ont montré que la transformation ne s'observe jamais dans le sens de l'équation précédente, qui doit être inversée pour répondre aux faits observés réellement, et de plus nous avons constaté qualitativement que le tellure amorphe cristallise par chauffage à l'abri de l'air avec dégagement de chaleur, ce qui est contraire aux résultats précédents. Ce désaccord nous a conduit à faire de nouvelles déterminations calorimétriques sur la chaleur de réaction du tellure préparé de diverses manières.

Nous avons pu constater tout d'abord que le mélange de brome et d'eau de brome utilisé par Berthelot et Fabre n'attaque que très imparfaitement le tellure cristallisé *pur* : les fragments de tellure mouillés par l'eau sont très difficilement attaqués par le brome liquide. De plus le tétrabromure qui se forme est hydrolysé en partie, de sorte que l'état final du système est mal défini. Nous avons donc adopté une autre technique.

Nous avons utilisé comme liquide d'attaque une solution de brome dans de l'acide chlorhydrique assez concentré, qui dissout le tétrabromure formé, et de cette manière les liquides correspondant à l'état initial et à l'état final sont homogènes et limpides. Nous avons utilisé la solution suivante :

Acide chlorhydrique concentré pur	400
Eau distillée	400
Brome	40

Le tellure cristallisé est attaqué très rapidement : il suffit de le projeter et d'agiter vivement. Le tellure amorphe est instantanément dissous : nous l'introduisons sous forme d'une pâte avec l'eau, préparée et manipulée entièrement à l'abri de l'air (2). Dans ce dernier cas, il y a addition d'eau avec le tellure, d'où nécessité de déterminer préalablement la chaleur de dilution du réactif par des quantités d'eau variables et de faire la correction utile. Nous avons dû en outre déterminer la chaleur spécifique des différentes solutions.

Nous avons opéré sur 400$^{cm^3}$ de réactif. Voici les chiffres trouvés pour ces déterminations préliminaires :

(1) A. Damiens, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1344.

(2) Le tellure est dosé dans ce cas, après la détermination, par pesée à l'état de sulfate basique.

Eau ajoutée à 400$^{cm^3}$ de réactif	0	14	23	29	45	54	57	66	76	83
Chaleur spécifique après dilution	0,702	0,702	»	0,699	0,695	»	»	0,695	»	»
Chaleur de dilution par gramme d'eau ajoutée (cal)	»	8,31	8,21	7,90	7,75	7,38	7,29	7,28	6,44	6,40

A l'aide de ces données, nous avons pu faire des mesures comparatives assez précises.

Des nombreuses mesures faites, on peut tirer les valeurs moyennes suivantes pour chacun des produits examinés :

Te crist. fondu et refroidi lentement	44,64 C
Te crist. fondu et trempé	44,88
Te crist. dans le tétrachlorure	44,80
Te en aiguilles obtenues par vaporisation	44,79
Te amorphe	47,41

Il y a donc identité entre les quatre premiers produits cités. Le tellure amorphe se distingue par une chaleur de réaction plus élevée. Entre le tellure cristallisé et le tellure amorphe, nous mettons en évidence la relation *irréversible* suivante :

$$\text{Te amorphe} = \text{Te cristallisé} + 2^{\text{Cal}},63.$$

En résumé, ces recherches confirment nos précédentes conclusions tirées de l'étude des courbes d'échauffement et de celle des densités. Le tellure cristallisé obtenu de diverses manières, même par trempe du liquide, est toujours identique : il se distingue seulement du tellure amorphe.

Nos résultats conduisent à faire rentrer le tellure amorphe dans la règle générale : c'est une forme métastable, pour laquelle toutes les températures où le tellure est solide sont inférieures à celles où il peut être stable. Si le point de vue de Tammann trouvait jusqu'ici dans l'unique exemple du tellure une justification, il semble devoir être abandonné aujourd'hui.

Toutes les analogies que l'on a voulu mettre en évidence entre le tellure et le soufre, par la comparaison des phénomènes d'allotropie, ne doivent plus être retenues. Le tellure se différencie nettement par l'existence d'une seule forme cristalline et par l'identité du produit trempé et du produit non trempé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation des dialcoylvinylcarbinols.* Note de MM. R. Locquin et Sung Wouseng, présentée par M. A. Haller.

Dans une précédente Note [1], nous avons décrit quelques nouveaux dialcoyléthinylcarbinols $RR' — C(OH) — C \equiv CH$ préparés en apportant certaines modifications de détail au mode opératoire employé par d'autres auteurs.

Les composés acétyléniques de ce genre présentent un réel intérêt au point de vue de certaines synthèses en raison de leurs multiples aptitudes réactionnelles.

Parmi ces dernières, il en est une qui n'a pas échappé à certains chercheurs [2]. C'est la possibilité d'arriver par hydrogénation partielle aux alcools éthyléniques tertiaires correspondants, du type

$$RR' — C(OH) — CH = CH^2,$$

transformation qui a déjà permis à MM. Ruzicka et Fornasir de réaliser la synthèse du linalol racémique.

Dans le but de préparer et d'étudier quelques-uns de ces alcools éthyléniques tertiaires, nous avons expérimenté, sur plusieurs dialcoyléthinylcarbinols, l'action des différents agents d'hydrogénation actuellement en usage et voici les conclusions auxquelles nous sommes arrivés :

Le procédé d'hydrogénation partielle donnant de beaucoup les meilleurs résultats consiste à soumettre les alcools acétyléniques en solution alcoolique à l'action de l'hydrogène en présence de métaux finement divisés.

L'emploi du platine ou du palladium, extrêmement onéreux dès qu'on fait intervenir des masses de catalyseur susceptibles de fixer à l'heure un volume d'hydrogène au moins égal à 500^{cm^3}, présente en outre l'inconvénient de provoquer des scissions de la molécule avec régénération de la cétone initiale. Aussi vaut-il beaucoup mieux s'adresser au nickel réduit, employé selon les indications de M. Brochet [3] à la pression et à la température ordinaires dans la proportion d'environ 10 pour 100 du poids de la substance à hydrogéner dissoute elle-même dans approximativement son volume d'alcool méthylique.

---

(1) R. Locquin et Sung Wouseng, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1427.

(2) Voir entre autres : Brevets de la Farbenfab. von Baeyer und C° (*Centralblatt*, 1915, II, p. 1223, etc.), puis Ruzicka et Fornasir, *Helvetica Chimica Acta*, t. 2, fasc. 2, 1919, p. 182.

(3) A. Brochet, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1351, et *Bull. Soc. chim.*, t. 15, 1914, p. 554 et 586, puis t. 17, 1915, p. 55 à 58, etc.

Dans ces conditions l'absorption de l'hydrogène est très rapide et s'accompagne d'un notable dégagement de chaleur : elle peut atteindre 10 litres de gaz à l'heure par 0,5 molécule-gramme d'alcool acétylénique placé dans une simple bouteille d'un litre de capacité attachée sur une machine à secousses fréquentes et énergiques.

On arrête l'opération dès que la quantité calculée d'hydrogène a été fixée, ce dont on est parfois averti par une chute brusque de la vitesse d'absorption. Il est indispensable de ne pas dépasser cette limite, sous peine de donner naissance aux alcools tertiaires saturés déjà mentionnés dans notre précédente Note.

On filtre, chasse le dissolvant et agite le résidu avec une solution aqueuse de nitrate d'argent à 20 pour 100, ce qui a pour effet de transformer en dérivé argentique les traces d'alcool acétylénique ayant échappé à la réduction. L'huile surnageante est alors soumise à l'action d'un courant de vapeur d'eau qui laisse intact le dérivé argentique, tandis qu'il entraîne l'alcool éthylénique qu'on décante et rectifie. Le rendement net est en moyenne de 70 à 75 pour 100.

Les alcools éthyléniques tertiaires ainsi formés, que nous appellerons *dialcoylvinylcarbinols*, sont des liquides mobiles, bouillant sensiblement au même point que les alcools tertiaires, acétylénique ou saturé, auxquels ils correspondent. On ne peut jamais les obtenir de cette manière, à l'état rigoureusement pur, car, d'une part, ils renferment toujours une faible quantité d'alcool saturé provenant d'une hydrogénation trop avancée pratiquement inévitable et, d'autre part, ils ont une grande tendance à retenir de l'eau avec laquelle ils forment des *hydrates* plus ou moins stables. Le meilleur moyen de les dessécher est de les distiller à plusieurs reprises sur de la potasse solide ou même sur du sodium métallique, qu'ils n'attaquent sensiblement que lors du premier traitement. Ils possèdent toutes les propriétés de la fonction éthylénique. Leur caractère alcoolique tertiaire ne semble pas devoir être mis en doute. Ils sont, en effet, aisément déshydratables avec formation d'hydrocarbures sur lesquels nous reviendrons dans la suite et, d'autre part, versés sur du méthyliodure de magnésium, au sein d'oxyde d'isoamyle, ils donnent lieu à un dégagement de méthane en quantité sensiblement théorique.

Pour des raisons que nous exposerons ultérieurement, ils ne sont pas éthérifiables dans des conditions satisfaisantes, mais fournissent cependant, quoique assez péniblement (comme c'est d'ailleurs le cas du linalol), des *allophanates* cristallisés qu'il est difficile d'amener à l'état de pureté parfaite par suite de la présence du composé saturé qu'on ne peut éliminer.

On trouvera ci-dessous les principales constantes physiques des nouveaux corps que nous avons particulièrement étudiés.

Méthylisohexylvinylcarbinol $C^{10}H^{20}O$: $Éb_{15} = 89°\text{-}91°$.

Dipropylvinylcarbinol $C^9H^{18}O$: Éb$_{12}$ = 75°-76°. Son allophanate fond à 112° sans décomposition mais sans netteté.

Méthylpseudobutylvinylcarbinol $C^8H^{16}O$: Éb. = 146°-147°, D_4^{11} = 0,8576; N_D^{11} = 1,4432; R.M. calc. 40,20; R.M. obs. = 39,57, donne un allophanate fondant en se décomposant à 167°-168° sur le bain de mercure.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlorure de thionyle sur les acides-alcools* α. Note de M. **E.-E. Blaise** et de Mlle **Montagne**, présentée par M. Haller.

Dans une Note antérieure, nous avons indiqué les résultats obtenus par action du chlorure de thionyle sur un acide à fonction alcool primaire : l'acide glycolique. Cette étude a été étendue depuis aux acides lactique et α-oxyisobutyrique.

Il est remarquable que, dans le cas de ces deux acides, on n'obtient pas de chlorosulfite de chlorure d'acide; par contre, on observe la formation de corps d'un type nouveau et que nous appellerons, faute de mieux, des « anhydrosulfites d'acides-alcools ». Leur production est, selon toute vraisemblance, imputable au fait que les chlorosulfites d'acides, d'abord formés, sont instables et, perdant HCl, se transforment en anhydrosulfites. Dans le cas de l'acide α-oxyisobutyrique, par exemple, on aurait les transformations suivantes :

$$(CH^3)_2C(OH)-CO^2H \rightarrow (CH^3)_2C(O-SO.Cl)-COOH \rightarrow (CH^3)_2C\langle{}^{CO-O}_{O}\rangle SO$$

L'anhydrosulfite lactique est liquide et bout à 72°-74° sous 19^{mm}, tandis que l'anhydrosulfite oxyisobutyrique distille à 63° sous 21^{mm}. Le second bout donc plus bas que le premier, bien qne son poids moléculaire soit plus élevé. On sait, d'ailleurs, que le même fait se reproduit pour les éthers-sels des deux acides. Ces deux anhydrosulfites sont relativement peu stables vis-à-vis de la chaleur; tous deux se décomposent régulièrement vers 120°-125°, sous la pression atmosphérique, avec dégagement d'anhydride sulfureux. On pourrait s'attendre à ce que le reste de la molécule donnât naissance à un lactide; mais, en fait, on obtient des polylactides. Ceux-ci constituent des masses blanches, neutres, et, traités par les alcalis, à l'ébullition, ils régénèrent les acides-alcools correspondants.

Les anhydrosulfites sont excessivement sensibles à l'action de l'humidité. Si on laisse de l'anhydrosulfite lactique au contact de l'air, il se recouvre de beaux cristaux, fusibles vers 90°, et qui disparaissent rapidement. Finalement, il ne reste que de l'acide lactique, l'hydratation de l'anhydrosulfite paraît donc, dans ce cas, s'effectuer en deux phases et l'on aurait :

$$\begin{array}{c} CH^3-CH\text{———}CO \\ O\quad\quad O \\ SO \end{array} \longrightarrow \left[\begin{array}{c} CH^3-CH-CO^2H \\ | \\ O-SOOH \\ \text{ou} \\ CH^3-CHOH-CO-O-SOOH \end{array} \right] \longrightarrow SO^2+CH^3-CHOH-COOH.$$

Au contraire, avec l'anhydrosulfite oxyisobutyrique, il est impossible de saisir aucune phase intermédiaire.

Les alcools réagissent sur les anhydrosulfites avec une extrême facilité et l'on obtient, quantitativement, les éthers-sels des acides-alcools correspondants, avec dégagement de SO^2. Le lactate de méthyle a été caractérisé par transformation en phényluréthane fusible à 67°-68°; de même, l'oxyisobutyrate de méthyle a donné une phényluréthane fusible à 78°-79°, déjà obtenue par M. Lambling.

Les arylamines transforment quantitativement les anhydrosulfites en amides des acides-alcools correspondants, avec dégagement de SO^2. L'anilide α-oxyisobutyrique cristallise dans le benzène en lamelles micacées fusibles à 130°-131°. Dans le cas de l'anhydrosulfite lactique, l'aniline ne donne pas de dérivé solide, mais on obtient aisément l'α-naphtylamide lactique, fondant à 107°, et déjà décrite par Bischoff et Walden.

Tandis que les anhydrosulfites réagissent sur les arylamines par leur groupement acide-alcool, ils réagissent, au contraire, sur la phénylhydrazine par leur groupement sulfureux. Dans ce dernier cas, en effet, on obtient de la thionylphénylhydrazine, avec régénération de l'acide-alcool :

$$\begin{array}{c} (CH^3)^2C\text{———}CO \\ O\quad\quad O \\ SO \end{array} + C^6H^5-NH-NH^2 = (CH^3)^2C(OH)-CO^2H + C^6H^5-NH-N=SO$$

Quand on traite l'acide lactique par le chlorure de thionyle, on obtient, outre l'anhydrosulfite, le chlorure α-chloropropionyllactique

$$CH^3-CHCl-COO-CH(CH^3)-COCl,$$

qui bout à 100°-103°, sous 19^{mm}. Ce corps a été caractérisé par transfor-

mation en anilide, qui fond à 116°,5; il a, en outre, été reproduit synthétiquement par action du chlorure d'α-chloropropionyle sur l'acide lactique et traitement du produit obtenu par le chlorure de thionyle. De même, dans l'action du chlorure de thionyle sur l'acide α-oxyisobutyrique, on obtient du chlorure d'α-chloroisobutyryle et du chlorure α-chloroisobutyryl-α-oxyisobutyrique

$$(CH^3)^2CCl - CO - O - C(CH^3)^2 - COCl.$$

Le premier bout à 113°-114° sous la pression atmosphérique et donne une anilide fusible à 69°-79°; le second bout à 99°-101°, sous 17^{mm}; il a été reproduit synthétiquement et son anilide fond à 115°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle et sa transformation en chlorhydrine de la tétraméthylglycérine.* Note de MM. **Pastureau** et **Henri Bernard**, présentée par M. Béhal.

Nous avons préparé l'iodhydrine et la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle, dans le but d'étudier certaines réactions qui seront publiées ultérieurement.

La chlorhydrine de l'oxyde de mésityle

$$\begin{array}{l} CH^3 \\ CH^3 \end{array}\!\!>\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}} - \underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{CH}} - CO - CH^3$$

réagit normalement sur les composés organomagnésiens mixtes. Elle donne, avec l'iodure de magnésium méthyle CH^3MgI, une combinaison soluble dans l'éther

$$\begin{array}{l} CH^3 \\ CH^3 \end{array}\!\!>\underset{\displaystyle OMgI}{\underset{|}{C}} - \underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{CH}} - \underset{\displaystyle OMgI}{\underset{|}{C}}\!\!<\begin{array}{l} CH^3 \\ CH^3 \end{array}$$

qui, décomposée par l'eau, conduit à la chlorhydrine de la tétraméthylglycérine

$$\begin{array}{l} CH^3 \\ CH^3 \end{array}\!\!>\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}} - \underset{\displaystyle Cl}{\underset{|}{CH}} - \underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}\!\!<\begin{array}{l} CH^3 \\ CH^3 \end{array}$$

Préparation de la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle. — Nous avons obtenu facilement la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle, en fixant sur la

double liaison de cette acétone non saturée

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \!\!> C = CH - CO - CH^3$$

l'acide hypochloreux, obtenu par la méthode de Baeyer, Lauch, Bamberger (action de l'acide borique sur l'hypochlorite de calcium en solution) :

300^g de chlorure de chaux du commerce ont été épuisés par l'eau, environ 2^l,500. On ajoute 150^g d'acide borique et l'on complète à 3^l avec de l'eau.

Dans ce mélange, dont le titre en chlore actif varie de 2 à 3 pour 100, on ajoute 100^g d'oxyde de mésityle.

Il se produit alors un abondant précipité de borate de calcium, et le mélange, qui s'échauffe peu à peu jusque vers 50°, est agité fréquemment.

Après 12 ou 15 heures de contact, on épuise le mélange à l'éther, on lave à l'eau l'éther d'épuisement et on le dessèche sur du sulfate de sodium anhydre. On récupère l'éther par distillation au bain-marie et le résidu est soumis à la distillation fractionnée sous pression réduite.

La chlorhydrine passe à 81° sous 10^{mm}; on obtient ainsi, dans une première opération, 50^g de produit pur. En réalité, le rendement est plus élevé, car toutes les fractions du liquide distillé contiennent de la chlorhydrine.

Le produit est constitué par un liquide huileux incolore, d'odeur camphrée un peu piquante, qui se colore en violet à la lumière.

Dosage du chlore par la méthode au sodium alcool et titrage volumétrique du chlorure alcalin :

Poids de la substance : 0^g,1722; Cl, 0^g,0410; Cl pour 100, 23,8; théorie, 23,58.

Action de la chlorhydrine sur l'iodure de magnésium méthyle. — On prépare l'iodure de magnésium méthyle avec 16^g de magnésium et 95^g d'iodure de méthyle. On ajoute peu à peu 50^g de la chlorhydrine précédente dissoute dans deux fois son volume d'éther anhydre. (Ces proportions sont de 2^{mol} de dérivé magnésien pour 1^{mol} de chlorhydrine.)

La réaction est vive, on la modère en refroidissant s'il y a lieu.

On obtient ainsi un liquide limpide qui, après 12 ou 15 heures, est décomposé par l'eau glacée suivant la technique habituelle. La couche éthérée est fractionnée dans le vide, après élimination de l'éther.

On recueille à part sous 200^{mm} la fraction 108°-115° avec fixe à 110°. Cette portion, 15$^{cm^3}$ environ, est constituée par un liquide visqueux qui se colore en brun à la lumière et qui donne peu à peu d'abondants cristaux

incolores et brillants, qui constituent la chlorhydrine de la tétraméthylglycérine.

Ces cristaux fondent à 60° au bloc de Maquenne, ils sont solubles dans l'eau, plus solubles dans l'alcool et dans l'éther.

Dosage du chlore (méthode au sodium alcool) :
Poids de la substance : 0g,1315; Cl, 0g,0284; Cl pour 100, 21,5; théorie, 21,3.

Cette réaction présente un certain intérêt, car sa généralisation donnera vraisemblablement des chlorhydrines de la forme

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}\!\!>\underset{OH}{C} - \underset{Cl}{CH} - \underset{OH}{C}\!<\!\begin{matrix} R \\ CH^3 \end{matrix}$$

susceptibles d'être transformées en glycérines correspondantes

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}\!\!>\underset{OH}{C} - \underset{OH}{CH} - \underset{OH}{C}\!<\!\begin{matrix} R \\ CH^3 \end{matrix}$$

BOTANIQUE. — *Sur la résistance comparative à la chaleur des points végétatifs de l'embryon du Grand-Soleil.* Note (¹) de M. **Edmond Gain**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Comme nous l'avons indiqué récemment (²) l'embryon du Grand-Soleil (*Helianthus annuus*), extrait de la semence, peut supporter des températures de 145° à 150° pendant 10 minutes, et garder sa faculté germinative.

L'activité germinative d'une semence normale se manifeste en divers points végétatifs localisés ou diffus dans certains tissus. On peut distinguer d'abord les deux points végétatifs situés vers les deux extrémités de l'axe : point végétatif radiculaire, point végétatif gemmulaire. Interviennent ensuite trois régions d'accroissements intercalaires : axe hypocotylé, base des cotylédons, masse générale des cotylédons.

L'action d'une température sèche de 100° à 155° peut atteindre plus ou moins, dans leur vitalité propre, ces divers points qui doivent jouer un rôle actif dans le développement de la plantule. Aux températures qui avoisinent la température ultra-maxima compatible avec la vie, certains de ces

---

(¹) Séance du 6 juin 1922.
(²) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1031.

points d'accroissement peuvent être tués ou paralysés gravement dans leur activité ou en état d'inhibition. Ils résistent inégalement au chauffage. S'il faut supposer que la conductibilité des tissus secs doit les amener à une température sensiblement identique, il y a néanmoins, pour chaque point végétatif encore au repos, des conditions d'abri qui sont différentes : alors que le point gemmulaire est profondément protégé par les deux masses charnues des cotylédons, le point radiculaire est situé dans un cône proéminent à l'extérieur. L'expérience indique que ce dernier présente la moindre résistance à la chaleur excessive. S'il est détruit ou inhibé, son activité est remplacée partiellement, au point de vue fonctionnel, par des cellules embryonnaires restées vivantes de l'axe hypocotylé. Toujours le point gemmulaire résiste davantage que le point radiculaire; mais il peut aussi être détruit. Dans ce cas, il ne subsiste plus d'éléments pouvant contribuer immédiatement à la formation de la tige épicotylée. Nous n'avons pas encore vu se produire des bourgeons axillaires normaux de remplacement à l'aisselle des cotylédons surchauffés, tandis que des racines adventives peuvent se développer sur des nodosités soit de la base des cotylédons, soit de l'axe hypocotylé. Dans le cas de destruction, ou d'inhibition de la gemmule, l'activité de celle-ci est remplacée par celle de la base des cotylédons. Il s'y produit parfois une sorte de renflement. Le cotylédon peut se détacher au-dessous de cette nodosité qui développe des racines adventives. Des quatre points d'activité organique dont il vient d'être question, c'est donc celui de la base des cotylédons qui résiste le mieux.

Un stade de destruction végétative plus accentué encore peut se manifester. C'est dans le cas où il ne subsiste que l'activité végétative de la masse générale des feuilles cotylédonaires, sans différenciation à la base. Dans ce cas, l'écartement puis le verdissement des deux cotylédons sont les premiers indices d'activité végétative. Ce verdissement est périphérique et il part des bords amincis des cotylédons pour gagner vers le centre. Ces cotylédons s'accroissent peu à peu en surface, mais ne reconstituent pas facilement, dans ce cas extrême, les organes de nutrition indispensables à une survie prolongée : ils sont ordinairement atteints par des altérations putrides qui, d'un point limité, généralisent l'infection au bout de quelques semaines.

En résumé, parmi les embryons soumis au chauffage, il en est qui gardent cinq, quatre, trois, deux ou un seulement des divers points végétatifs dont il vient d'être parlé. La résistance relative de ces points de croissance est d'autant plus grande qu'on s'éloigne du point radiculaire pour

passer à l'axe hypocotylé, à la gemmule, à la base des cotylédons, puis au bord libre des feuilles cotylédonaires.

Nos observations ont porté sur plusieurs centaines de plantules ayant subi, avant leur germination, un chauffage de 110° à 155° C. Les recherches de Téodoresco sur la résistance des diastases des tissus desséchés et triturés (1) se trouvent confirmées par nos expériences sur les embryons intacts.

BOTANIQUE. — *La cinèse somatique dans la tige aérienne d'*Equisetum arvense *L.* Note de M. **Maurice Lenoir**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Je n'ai trouvé que deux Mémoires ayant trait au sujet de cette Note, l'un de M. Bargagli-Petrucci (1905) (2), l'autre de R. Beer (1913) (3); mais la question de la cinèse somatique de l'*Equisetum* est loin d'être résolue.

Voici brièvement les conclusions auxquelles m'ont conduit mes observations sur la division du noyau dans la tige de l'*Equisetum arvense :*

I. *Interphase.* — Le noyau en période d'interphase est constitué par les éléments suivants :

1° Un réseau périphérique dont les mailles polygonales sont formées d'anastomoses peu visibles présentant des granules chromatiques aux angles.

2° Un plexus fibrillaire chromatique reliant les nucléoles au réseau.

3° Des nucléoles en nombre variable, cinq à six ordinairement.

II. *Prophase.* — On observe :

1° Un spirème formé d'un filament apparemment continu portant des granules chromatiques. Le spirème doit son origine à la rétraction des anastomoses transversales entre les filaments parallèles. Il ne semble à aucun moment présenter de fente présageant la division métaphasique.

2° Une mise en contact direct d'éléments du spirème et des nucléoles,

---

(1) E.-C. Téodoresco, *Températures mortelles pour quelques diastases* (*Rev. gén. de Botanique*, t. 25 *bis*, 1914, p. 599).

(2) G. Bargagli-Petrucci, *I nucleoli durante la cariocinesi nelle cellule meristomali d'*Equisetum arvense (*Nuovo Giornale Bot. Ital.*, N. S. vol. 12, 1905).

(3) R. Beer, *Studies in spore development : III. The premeiotic and meiotic nuclear divisions of* Equisetum arvense (*Ann. of Bot.*, t. 27, 1913).

peut-être par suite de la rétraction des fibrilles intra-nucléaires. Le contact étant établi étroitement, la matière nucléaire se répand dans le cordon spirématique.

3° A la fin de la prophase, le spirème est formé d'une gaine de chromatine et d'un axe nucléolaire. Les granules du spirème ont la même composition. Le spirème a ses anses orientées en outre assez bien dans le sens des fibrilles du fuseau achromatique; certaines anses enlacent étroitement les nucléoles; ceux-ci sont rangés dans le plan équatorial.

4° Le fuseau se développe peu à peu sous forme de deux calottes en deux points opposés du noyau qui de sphéroïde devient ovoïde, l'aplatissement se faisant sentir généralement au contact des calottes fusoriales en voie de développement.

III. *Métaphase.* — 1° Aussitôt après la disparition de la membrane nucléaire, les nucléoles sont entièrement absorbés par le spirème qui présente, outre ses granules très gonflés de nucléoline, des hernies gorgées de la même substance.

2° La division a lieu immédiatement après, elle se fait dans le plan passant, pour une anse déterminée du cordon chromosomique, par les deux branches dont les portions proximales sont dans le plan de la plaque équatoriale, la partie libre convexe étant tournée vers les pôles.

3° Pendant la division du cordon chromosomique celui-ci expulse ses granules chromo-nucléolaires de toute taille dans le cytoplasme après passage dans le fuseau. Seuls sont conservés les granules qui serviront de centre de condensation chromosomique.

4° Les anses-filles du cordon chromosomique constituent chacune un chromosome.

5° Chaque anse-fille se contracte autour d'un granule chromo-nucléolaire situé dans le plan équatorial.

6° Au moment où la condensation chromosomique est presque achevée, il existe dans le plan équatorial un double spirème à filaments plus ou moins parallèles portant de gros granules envoyant des anastomoses vers les granules voisins.

Ces granules semblent se correspondre à peu près deux à deux. De toute façon ils sont évidemment groupés en séries parfaitement définies.

7° Lorsque les chromosomes ont achevé leur condensation, ils se présentent sous forme de corps massifs sphéroïdes, anastomosés entre eux; vue du pôle, la plaque équatoriale présente un aspect fenestré caractéristique. Les chromosomes sont formés d'une couche externe de chromatine, le centre

étant constitué par une masse de nucléoline. On peut compter environ 58 chromosomes à la plaque équatoriale.

IV. *Anaphase.* — L'émission chromo-nucléolaire est terminée.

1° Les chromosomes se séparent en deux groupes dans deux plans superposés. Les anastomoses reliant les chromosomes des plans anaphasiques se tendent pendant la plus grande partie de l'anaphase sans se rompre.

2° Les anastomoses se brisent libérant entièrement les deux groupes l'un de l'autre.

3° Presque au début de la séparation des deux groupes de chromosomes, leurs anastomoses en voie de distension *semblent* exsuder des gouttelettes très fines de nucléoline. Ce phénomène continue jusqu'à épuisement complet de la nucléoline qui se trouve au centre du chromosome et dans l'axe des anastomoses. Les gouttelettes paraissent se fusionner le long des anastomoses brisées précédemment, et peu à peu celles-ci se condensent en sphérules nucléolaires sous le chromosome correspondant devenu exclusivement chromatique.

4° Les anastomoses brisées se rétractent.

5° Les anastomoses interchromosomiques continuent à exister dans chaque groupe anaphasique.

V. *Télophase.* — Le début de la télophase est marqué par l'existence de deux réseaux de nature différente :

a. Un réseau externe chromatique portant des granules de taille relativement petite.

b. Un réseau interne nucléolinien dont les sphérules sont peut-être le résultat de l'agglomération des gouttelettes exsudées par les anastomoses de liaison des deux groupes-fils de chromosomes anaphasiques. Ces sphérules nucléoliniennes sont reliées par des tractus de même nature.

1° Pendant le reste de la télophase le réseau chromatinien garde sa structure.

2° Le réseau nucléolinien se condense en une masse nucléolaire unique.

3° La masse nucléolaire sécrète une pellicule épaisse de chromatine.

4° La pellicule chromatique appliquée intimement contre le réseau chromatique et faisant corps avec lui se vacuolise fortement formant un néo-réseau chromatique.

5° Le suc nucléaire, d'origine cytoplasmique probablement, décolle la pellicule chromatique de la masse nucléolaire qui se résout en nucléoles séparés dont le volume est inférieur à celui de la masse primitive, ceci prouve qu'il y a bien eu un travail de sécrétion chromatique intense.

6° L'origine des fibrilles intra-nucléaires peut être regardée comme un étirement de substance chromatique provenant tant de la pellicule sécrétée que de la couche faible toujours adhérente aux nucléoles; mais ce n'est là qu'une hypothèse.

Il n'y a pas d'alvéolisation des chromosomes qui persistent individuellement d'une division à la suivante.

Il n'y a pas non plus de dissolution, le noyau interphasique possédant une structure déterminée.

En résumé, il semble résulter des faits précédents que *la substance fondamentale du chromosome est la nucléoline* (= pyrénine ou plastine des auteurs); *la chromatine en dérive.*

BOTANIQUE. — *Anatomie des fleurs d'une même espèce à diverses altitudes.* Note de Mlle **Marguerite Larbaud**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La dimension des fleurs varie peu, en général, avec l'altitude, mais comme l'appareil végétatif aérien a des dimensions de plus en plus restreintes à mesure que l'altitude croît, il en résulte que la fleur présente, en montagne, un développement bien plus considérable qu'en plaine si on la compare à la plante qui la porte. Ainsi, pour prendre un exemple moyen, une fleur de *Silene inflata* Sm. offre à peu près les mêmes dimensions en plaine et à 2000^m, altitude maxima où cette plante croît spontanément; mais à cette altitude l'appareil végétatif aérien étant de 3 à 5 fois plus réduit qu'en plaine, la fleur a une importance de 3 à 5 fois plus considérable si on la compare à l'ensemble de la plante. Mais si la fleur conserve à peu près la même dimension aux différentes altitudes, les inflorescences ou les groupes d'inflorescences présentent un moins grand nombre d'éléments. Ainsi, en plaine, les inflorescences du *Silene inflata* ont de nombreuses fleurs, tandis que, vers 2000^m, il n'y a plus que 3 à 4 fleurs par inflorescence. M. Gaston Bonnier a montré [1] qu'au delà de cette altitude, vers 2300^m, on peut faire germer des graines de *Silene inflata;* alors, les inflorescences sont encore plus réduites et l'on obtient quelquefois des tiges ne portant qu'une seule fleur.

Les poils sont plus nombreux en montagne qu'en plaine, plus gros et plus serrés sur les pédoncules et sur les sépales. J'ai même remarqué chez

---

(1) G. Bonnier, *Recherches expérimentales sur l'adaptation des plantes au climat alpin* (*Annales des Sciences naturelles*, 7e série, t. 20, 1895).

l'*Hieracium Pilosella* L. où l'on rencontre deux sortes de poils, les uns étoilés, les autres pluricellulaires en forme de cône, que ces derniers, plus gros que les autres, sont plus fréquents en montagne, tandis que dans la fleur de plaine la forme étoilée domine.

La protection est encore assurée par les épidermes des pédoncules et des sépales. Ces épidermes ont une cuticule plus épaisse chez les fleurs de montagne. La forme des cellules épidermiques offrent souvent aussi une différence : tandis que ces cellules sont à peu près isodiamétriques dans les épidermes de plaine, en montagne, elles présentent généralement un allongement dans le sens radial, ce qui donne au tissu épidermique une cohérence et une épaisseur relative plus marquées que dans les fleurs de la même espèce récoltées en plaine.

Les épidermes des pétales, dans les boutons floraux, sont constitués, à toute altitude, par des cellules à contenu très dense; or, le plus souvent, chacune de ces cellules montre, en coupe transversale, une légère saillie arrondie sur la face externe. Cette saillie proémine de plus en plus à mesure que l'évolution de la fleur s'opère, et elle finit par former, lorsque la fleur est épanouie, une papille à base plus ou moins renflée et à pointe allongée. L'ensemble de ces papilles forme le « velouté de la fleur ». La différence d'éclat entre la corolle dans le bouton et dans la fleur épanouie provient de cette différence histologique dans l'épiderme à ces deux stades de l'évolution de la fleur. C'est aussi par la forme de ces papilles qu'on peut expliquer la différence d'éclat, si souvent observée, entre les fleurs de plaine et les fleurs de montagne. En effet, dans un pétale d'une fleur de montagne, les papilles sont plus serrées, plus allongées et plus étroites que dans un pétale d'une fleur de plaine de la même espèce.

Dans le pédoncule de la plante de montagne, le cylindre cortical, formant un tissu de protection, est plus développé, et la moelle plus réduite.

On rencontre souvent des assises de tissu palissadique sous les épidermes des pédoncules et des sépales. Ce tissu palissadique est toujours plus développé en montagne qu'en plaine.

Dans plusieurs cas, j'ai pu remarquer que l'ouverture des anthères est plus précoce en montagne; les grains de pollen y sont en général un peu plus petits qu'en plaine. Je n'ai pas encore pu observer de caractère différenciel pour les pistils; ceux-ci semblent conserver la même structure à toute altitude.

Enfin, il reste encore à noter une différence générale dans la forme et les dimensions des éléments cellulaires. En montagne, les cellules sont généra-

lement plus petites; le rapport entre leurs dimensions en montagne et leurs dimensions en plaine est souvent égal à $\frac{4}{5}$ et même à $\frac{3}{4}$. Les tissus des fleurs de plaine sont moins compacts, leurs cellules sont très souvent arrondies, laissant entre elles des méats et même des lacunes. Les tissus des fleurs de montagne sont plus denses, leurs cellules sont plus souvent polyédriques, les méats moins nombreux, plus petits, et les lacunes tendent à disparaître. On peut attribuer sans doute ce caractère des tissus de montagne à l'influence de l'état hygrométrique de l'atmosphère. En effet, l'air est plus sec en montagne qu'en plaine, d'où la présence de tissus moins lacuneux et plus denses dans les plantes des hautes altitudes.

PHYSIOLOGIE. — *Musculomètre artificiel.*

Note de M. **Gabriel Bidou**, présentée par M. Daniel Berthelot.

J'ai eu l'honneur, tout récemment ([1]), de présenter à l'Académie un compas d'orientation du pied.

Ce compas n'est qu'un exemple particulier, pris dans une série d'appareils analogues, n'utilisant pour obtenir les données nécessaires à la Récupération fonctionnelle, que des mesures purement géométriques d'angles ou de longueurs.

L'appareil que je présente aujourd'hui appartient à une seconde catégorie qui, à côté de mesures géométriques, fait appel aux mesures dynamométriques. Je l'ai dénommé *Musculomètre artificiel.*

Le but de la Récupération fonctionnelle étant de remplacer ou de suppléer un segment du membre humain déficitaire, il s'ensuit que l'étude de la force nécessaire à la commande artificielle devant remplacer ou suppléer la musculature humaine est une des questions primordiales de cette méthode.

Pour trouver le muscle utile, il faut connaître le poids du membre à commander.

Le *Musculomètre artificiel* permet de déterminer et, en même temps, d'étalonner le ressort-muscle artificiel de remplacement.

Cet instrument se compose, en effet, de deux parties distinctes, jouant en réalité le rôle de deux appareils différents accouplés.

La première partie comporte un dynamomètre à ressorts, travaillant en

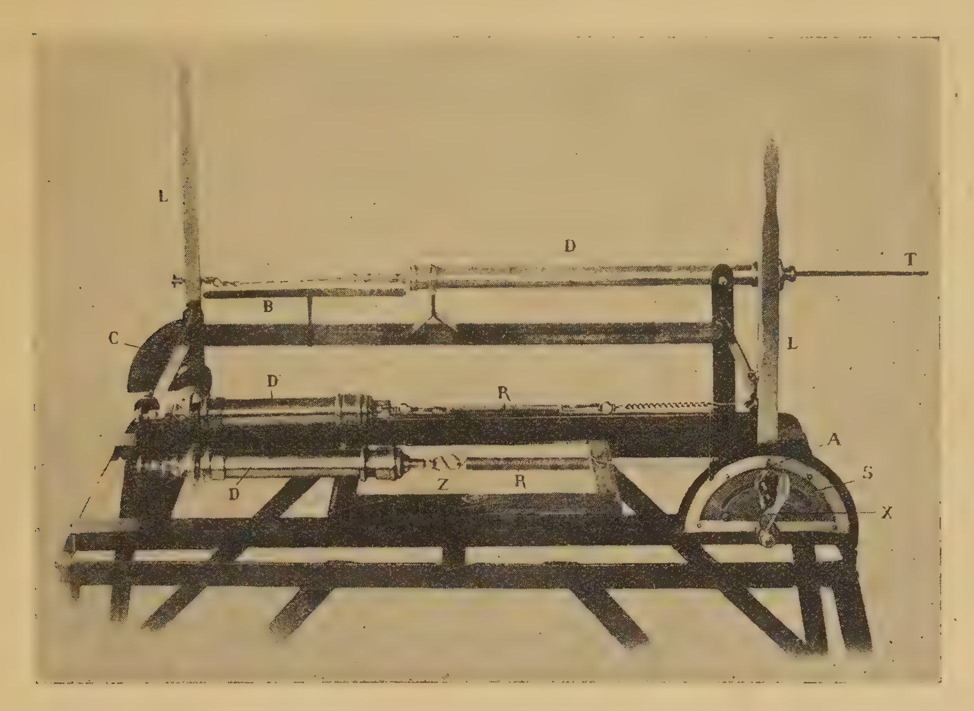
---

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1370.

cascade, actionné par un levier se déplaçant devant un secteur gradué. Ce dynamomètre commande le membre ou le segment de membre à étudier.

Pour faciliter la description, nous supposerons qu'il faille soulever le membre inférieur du sol.

L'extrémité inférieure de la jambe sera reliée au dynamomètre par un



D, D', D", dynamomètres; L, leviers; T, tige à laquelle sera reliée par un câble le membre à étudier; C, S, secteurs gradués; B, réglette graduée; A, aiguille; X, frein; R, ressort; Z, barème des distances.

câble et l'opérateur, actionnant le levier de commande, soulèvera le membre à la hauteur voulue. Le dynamomètre inscrira l'effort, l'aiguille du levier se déplaçant sur le secteur donnera l'angle.

Et nous aurons, par exemple :

Longueur du levier humain (grand trochanter au sol).	80^{cm}
Angle décrit..	20°
Effort dynamométré.................................	3^{kg}

Ces renseignements seront notés; et, retournant l'appareil, nous en utiliserons la seconde partie.

Deux dynamomètres sont juxtaposés et peuvent être commandés respec-

tivement par le même levier, se déplaçant devant un secteur gradué. L'un décale à 100^{g} et va jusqu'à 10^{kg} et l'autre décale à 10^{kg} et va jusqu'à 50^{kg}.

Choisissant un ressort à boudins de x centimètres de longueur, d'un mandrinage y et d'une section de fil z, nous le placerons entre le dynamomètre et le levier.

Pour que ce ressort étudié soit celui qui conviendra, comme muscle artificiel, il faudra que le levier marquant $20°$, le dynamomètre 3^{kg}, l'écartement des spires n'ait pas dépassé en $\frac{1}{10}$ les limites d'élasticité normale.

Admettons que l'ensemble des desiderata soit obtenu. On notera l'écartement des spires à la jauge et le muscle artificiel sera trouvé.

Si l'une des conditions n'était pas réalisée, on choisirait un autre ressort de mandrinage ou de section différents.

Utilisation pratique du muscle trouvé. — Le ressort-muscle artificiel sera attaché à la ceinture d'une part et à l'avant-pied d'autre part. Il sera tendu d'une façon telle que l'écartement des spires corresponde à celui noté à la jauge.

Dans ces conditions, il suffira que le malade se libère de l'adhérence au sol et supprime ainsi le freinage du ressort, pour que celui-ci, revenant sur lui-même, propulse le membre d'une amplitude de $20°$.

Et nous savons que le levier humain étant de 80^{cm}, l'angle de $20°$, la distance linéaire, autrement dit le chemin parcouru par le membre, sera :

$$\sin 20 \times 80^{cm} = 27^{cm},20.$$

Ce que nous venons de dire pour le groupe musculaire fléchisseur du membre inférieur sur le bassin, peut s'appliquer à tout autre muscle ou groupe musculaire humain.

L'application de ce système permet aux amputés de cuisse, d'équilibrer le poids de leur appareil de prothèse, aux hémiplégiques de marcher, etc.

ENTOMOLOGIE. — *Origine de la coloration naturelle de la soie chez le* Bombyx mori. Note (¹) de MM. **Clément Vaney** et **Jean Pelosse**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans une Note précédente nous avons montré que le sang des vers et les cocons de toutes les races de *Bombyx mori*, que nous avons examinées, étaient colorés. Cette coloration est très atténuée chez les races dites à cocons

(¹) Séance du 6 juin 1922.

blancs ; elle est bien nette chez les races à cocons colorés où elle varie du jaune vif au jaune verdâtre. La matière colorante du cocon paraît la même que celle du sang et en dérive très probablement.

La substance colorante du cocon et du sang rappellent beaucoup la xantophylle des feuilles du mûrier, car leurs caractères sont sensiblement identiques et leur solution alcoolique examinée au spectroscope présente une même bande d'absorption dans la partie la plus réfrangible du spectre.

Comme il est démontré que certains colorants d'origine végétale ou dérivés de l'aniline peuvent dialyser à travers la muqueuse intestinale, pénétrer dans le sang et de là se fixer sur le brin de soie des vers de toutes les races examinées, il est très probable qu'il en est de même de la xanthophylle des feuilles de mûrier, dont certains dérivés sont solubles dans l'eau et la liqueur physiologique.

La coloration du sang du ver et par suite du cocon proviendrait ainsi de certains pigments colorés de la feuille de mûrier. Ce qui semble confirmer cette manière de voir c'est que, lors de leur éclosion, les jeunes vers des races dites à cocons blancs, de la race Bagdad par exemple, n'ont pas de sang coloré. Les jeunes vers fraîchement éclos de races à cocons jaunes, comme ceux de la race Chine dorée, ont un sang très faiblement teinté en verdâtre, dont la coloration extrêmement atténuée est bien différente de celle du sang des mêmes vers ayant absorbé des feuilles de mûrier.

Ces faits viennent confirmer l'hypothèse que Conte et Levrat ont émise en 1904 et d'après laquelle la coloration des cocons des séricigènes dériverait des pigments de la feuille servant à alimenter les vers. Mais pour eux les variations de coloration des cocons chez le *Bombyx mori* dépendraient des différences de perméabilité de l'intestin des vers à soie aux diverses substances colorantes de la feuille ; pour les races à soie blanche aucun pigment coloré des feuilles ne passerait à travers la paroi de l'intestin de la chenille, alors que chez d'autres vers à soie le pigment jaune ou vert dialyserait avec plus ou moins de facilité et l'on obtiendrait suivant les cas des cocons jaunes, des cocons verts et des cocons contenant à la fois du jaune et du vert. Or, nous avons remarqué que la dialyse des colorants artificiels à travers la paroi intestinale s'opérait de même pour tous les vers à soie et n'était nullement fonction de la race.

Il semble que les produits xanthophylliens doivent traverser de la même façon la paroi intestinale des vers, quelle que soit la race. Le sang de tous les vers serait ainsi coloré avec la même intensité au moyen de certains pigments provenant de l'ingestion des feuilles de mûrier. Mais ces colorants

végétaux vont se trouver en présence d'un milieu intérieur plus ou moins riche en diastase oxydante : le sang des vers à cocons blancs renferme beaucoup plus de tyrosinase que le sang des vers à cocons colorés et cela dès le plus jeune âge.

Il est très probable que ces différences de teneur en tyrosinase vont permettre des oxydations plus ou moins profondes des pigments xanthophylliens qui sont ainsi parvenus dans le sang par la voix digestive. L'oxydation va être relativement faible chez les vers à cocons colorés; elle sera plus grande chez les vers à cocons blanchâtres.

On peut se faire une idée approximative du résultat de ces oxydations progressives en traitant un extrait aqueux bien filtré de feuilles de mûrier par de l'eau oxygénée ou une solution diluée de permanganate de potasse. Avec une très faible quantité de ces corps oxydants on aura un liquide jaunâtre; si l'on augmente légèrement la dose de réactif on obtient une solution de teinte verdâtre très claire.

La coloration du sang du ver et des cocons du *Bombyx mori* paraît provenir des pigments xanthophylliens de la feuille de mûrier qui, après avoir dialysé à travers la paroi intestinale du ver, pénètrent dans le milieu sanguin où ils subissent une oxydation plus ou moins profonde sous l'influence de la tyrosinase sécrétée par les leucocytes. Suivant les degrés de cette oxydation il en résultera des colorations diverses : jaune si l'oxydation est faible, jaune verdâtre si elle est plus grande et blanc jaunâtre ou verdâtre lorsqu'elle est beaucoup plus accentuée.

La coloration des cocons sert souvent à caractériser les diverses races de vers à soie. Ce caractère se trouve en relation avec une sécrétion plus ou moins abondante de tyrosinase.

ANATOMIE. *Sur le développement des caractères sexuels primaires chez les Urodèles. Hypothèse sur son déterminisme.* Note de M. M. **Aron**, présentée par M. Widal.

Chez *Triton cristatus*, le mâle jeune reste jusqu'à une période assez tardive du développement (correspondant à une longueur de 6^{cm} à 8^{cm} environ), identique à la femelle de même longueur. La crête que présente le mâle à maturité n'existe pas encore. Sur la face dorsale de l'animal règne, au niveau du rachis, une ligne pigmentée jaunâtre semblable chez les deux sexes. Des chromatocytes à pigment blanc en nombre sensiblement égal chez le mâle et la femelle sont disposés sur les parties latérales de la queue. Bref les caractères extérieurs ne permettent pas le diagnostic du jeune Triton.

A la dissection, les glandes génitales, au stade dont il s'agit, ont sensiblement même forme et même volume chez le mâle et chez la femelle. Les conduits excréteurs — canal de Woff et canal de Müller — sont rectilignes, extrêmement fins. Seul l'examen histologique de la glande génitale indique une différenciation déjà fort avancée : existence, ch.z le mâle, de gonies primitives et secondaires, de jeunes ovocytes chez la femelle. Celui des canaux montre que, chez le mâle, canal de Wolff et canal de Müller coexistent, tous deux à l'état rudimentaire de minces tubes épithéliaux, daus une gaine connective commune, mais que, chez la femelle, le canal de Müller n'est pas accompagné d'un canal wolffien. En somme, le Triton mâle jeune ne présente aucun caractère sexuel autre que la gonade, alors qu'à un stade approximativement correspondant la femelle possède, comme tel, un canal de Müller déjà évolué.

A une période du développement susceptible de varier quelque peu — en moyenne pour une longueur totale de 8^{cm} de l'animal — on voit chez le mâle, dès lors extérieurement identifiable, la ligne pigmentée dorsale disparaître et sitôt après faire place à un rudiment de crête, d'abord sous la forme d'une saillie linéaire à peine perceptible, puis sous celle d'un faible soulèvement très légèrement denticulé. L'examen des conduits génitaux pratiqué à ce stade révèle un développement sensible du canal de Wolff. Le canal de Müller persiste à son côté, dans son état rudimentaire initial. Rien n'est alors changé dans le testicule en ce qui concerne les éléments de la lignée germinale, réduits encore aux gonies primitives et secondaires. Mais en un point limité, au niveau du futur hile de l'organe, on constate l'existence d'un tissu chargé d'enclaves lipoïdiques qui, au stade précédemment envisagé, n'était pas encore observable. Ce tissu résulte de la prolifération assez discrète, dans la zone en question, d'un certain nombre des cellules folliculeuses entourant les gonies primitives et de leur transformation en éléments volumineux riches en granulations osmio-réductrices, cependant qu'à leur tour les cellules conjonctives voisines prolifèrent et se chargent d'enclaves. Des vaisseaux nombreux envahissent la région considérée.

Le développement de cette zone glandulaire est le seul fait morphologique nouveau qui se manifeste au moment de la différenciation des caractères sexuels primaires : ébauche de la crête, canal différent. On a donc des raisons de penser que l'apparition de ces caractères peut être conditionnée par la formation, dans le testicule, d'un tissu glandulaire endocrinien.

Les caractères ainsi développés se modifient peu jusqu'à la maturité sexuelle, c'est-à-dire jusqu'à l'établissement de la spermiogénèse. On sait que l'élimination des spermies s'accompagne ensuite de la production, dans les cystes vidés, d'un nouveau tissu glandulaire de signification différente qui conditionne la poussée des caractères sexuels secondaires périodiques,

entre autres celle de la crête, les phénomènes de sécrétion et de prolifération dans le canal de Wolff [1].

En résumé, les Urodèles nous présentent une évolution dissociée et fort nette des caractères sexuels. Les caractères sexuels primaires, chez le mâle, apparaissent relativement très tard, alors que la glande génitale est depuis longtemps différenciée. Il est donc inexact d'admettre, comme le font certains auteurs, que la genèse de ces caractères se produit lors de la première flexion des gonocytes. Ce que par contre l'on constate, c'est que leur développement est accompagné et paraît conditionné par la formation, dans le testicule, d'un tissu glandulaire particulier. Et sans être autorisé à inférer des Vertébrés inférieurs aux supérieurs, on est cependant amené à supposer que le mécanisme physiologique est vraisemblablement unique dans la série et les caractères sexuels primaires si précoces des Mammifères déterminés par la glande interstitielle du testicule embryonnaire, d'apparition également fort précoce [2],

Nous avons, au début de cette Note, écrit qu'avant l'installation des caractères sexuels primaires le mâle jeune demeure morphologiquement identique à la femelle. Cette constatation ne saurait être enregistrée en faveur de l'hypothèse d'une forme embryonnaire commune aux deux sexes, et dite « asexuée », qu'à la condition de ne considérer que les earactères externes et d'excepter la glande génitale. Nous croyons en effet, — et les Urodèles témoignent en faveur d'une telle idée — que, si le soma reste en apparence plus ou moins longtemps asexué, la gonade est différenciée d'une manière précoce, et sans doute fixée dès l'origine du développement. A une période variable, selon les classes et les espèces de Vertébrés, le testicule devient vraisemblablement, par l'intermédiaire d'un tissu endocrinien, le point de départ de l'action générale qui aboutit à la première différenciation sexuelle du soma.

---

(1) Nous avons envisagé, en des Communications antérieures (*C. R. de la Société de Biologie*, t. 85, p. 482, et *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 57; t. 174, 1922, p. 332), la signification et le rôle de ce tissu glandulaire de deuxième formation. Nos résultats, confirmés par de nombreuses observations et des expériences multiples, feront l'objet d'un prochain travail *in extenso*.

(2) La glande interstitielle embryonnaire des Mammifères possède une signification morphologique différente de la glande endocrine du testicule à maturité sexuelle, comme Bouin et Ancel l'ont montré chez le cheval, et nous-même, plus récemment, chez d'autres Mammifères (Porc, Mouton). Cette dualité du tissu endocrinien du testicule complète l'homologie qu'on peut établir entre Batraciens et Mammifères.

EMBRYOGÉNIE. — *La dipyrénie des spermies dans certaines doubles spermatogénèses est obtenue par une mitose hétérotypique qui se produit au cours du développement.* Note de M. **P. Bouin**, présentée par M. Widal.

L'existence des spermatogénèses doubles est connue depuis assez longtemps. Elle a été signalée chez divers ordres d'animaux, chez les Prosobranches (v. Brun, Stéphan, Meves, v. Kemnitz, etc.), chez certains Insectes (Meves, v. Kemnitz, Montgomery, etc.), chez divers Myriapodes (P. Bouin chez *Scolopendra*, P. Bouin et P. Ancel chez *Scutigera*, M. Aron chez *Cryptops*). Ces spermatogénèses doubles peuvent être distinguées en deux catégories : les unes évoluent aux dépens de spermatogonies qui sont communes aux deux lignées spermatogénétiques ; le dimorphisme des spermies s'obtient au cours des mitoses de maturation. Les autres évoluent à partir de deux sortes de spermatogonies, qui sont différentes par la constitution de leur appareil chromosomien.

L'étude des doubles spermatogénèses de cette deuxième catégorie est très instructive, parce qu'elle tend à révéler la signification réelle du processus de maturation et en particulier de la première division maturative ou hétérotypique. C'est en me plaçant à ce point de vue que j'ai repris l'étude des doubles spermatogénèses des Myriapodes, en particulier *Scolopendra* et *Scutigera coleoptrata*.

J'ai signalé antérieurement qu'il existe chez la Scolopendre deux sortes de lignées spermatogénétiques qui se poursuivent parallèlement dans des logettes testiculaires contiguës. Elles ont pour cellules-mères deux sortes de spermatogonies qui possèdent des chromosomes en nombre égal (24), mais de taille différente. Les unes renferment des chromosomes en forme de gros bâtonnets courts et trapus ; les autres présentent des chromosomes semblables, mais plus petits. Les spermatocytes issus des spermatogonies à gros chromosomes deviennent très volumineux et donnent naissance, après deux mitoses maturatives qui se passent selon le schéma hétérohoméotypique de Grégoire, à des spermies géantes qui renferment chacune douze chromosomes. Les éléments de la petite lignée montrent exactement les mêmes processus, et chaque petite spermie reçoit douze petits chromosomes.

Chez la Scutigère, il existe aussi une double spermatogénèse qui se passe dans deux territoires différents de la glande germinative mâle, comme

P. Ancel et moi-même l'avons signalé antérieurement. L'une des spermatogénèses est caractérisée par des éléments très volumineux qui forment des spermies géantes; l'autre spermatogénèse est constituée par des éléments très petits qui élaborent des spermies naines. Les mitoses de maturation se passent d'une manière identique dans les cellules séminales de la grande et de la petite lignée spermatogénétique. Mais la dipyrénie des deux sortes de spermatozoïdes est obtenue ici par le moyen de chromosomes particuliers. Ceux-ci sont très gros dans les éléments de la grosse lignée et beaucoup moins volumineux dans ceux de la petite lignée. Ils subissent des divisions équationnelles pendant les divisions maturatives et sont distribués à toutes les spermies, les spermies géantes étant toutes munies d'un gros chromosome spécial, les spermies naines étant toutes pourvues d'un petit chromosome spécial.

La dipyrénie des spermies est donc obtenue, chez la Scolopendre, par le volume différent des chromosomes dans chaque lignée spermatogénétique, et chez la Scutigère, par la présence d'un gros chromosome spécial dans la grosse lignée et d'un petit chromosome de même nature dans la lignée naine. Comme cette dipyrénie existe déjà dans les spermatogonies, il faut qu'elle ait été réalisée avant l'établissement de la spermatogénèse, au cours du développement, pendant l'évolution de la lignée germinale. Il est à présumer que la mitose hétérotypique est subie par la cellule germinative primordiale, laquelle mitose distribue à chaque cellule-fille les éléments chromosomiens que nous retrouvons dans les cellules-mères des deux lignées spermatogénétiques. Cette division sépare, chez la Scolopendre, les gros et petits chromosomes, et chez la Scutigère, le grand et le petit chromosomes particuliers contenus dans l'œuf qui doit avoir été fécondé par une spermie naine. Les deux cellules-filles de cette première mitose hétérotypique évoluent parallèlement au cours de la lignée germinale, se multiplient par mitoses homéotypiques et fournissent aux gonades de Scolopendre et de Scutigère les deux sortes de spermatogonies que nous y avons observées.

Conclusion. — Dans la plupart des spermatogénèses étudiées jusqu'ici, la première mitose de maturation conditionne en même temps la réduction numérique des chromosomes et la dipyrénie des spermies, celle-ci étant due à l'évolution de l'hétérochromosome qui passe dans une seule cellule-fille de cette première division maturative. Ces deux processus se trouvent dissociés dans les doubles spermatogénèses des Myriapodes : la réduction numérique est toujours obtenue par le moyen de la première division de maturation; mais la dipyrénie des spermies est le résultat d'une mitose hétérotypique

qui ne peut s'être produite qu'au cours de la lignée germinale. La dipyrénie étant réalisée avant la spermatogénèse, il apparaît que le grand et le petit chromosome spéciaux de la Scutigère doivent être considérés comme des hétérochromosomes de taille différente, qui ont opéré leur disjonction d'une façon précoce et qui, dès lors, doivent se comporter comme des chromosomes ordinaires au cours des mitoses spermatogénétiques.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Notion de « seuil différentiel » et explication humorale du gynandromorphisme des oiseaux bipartis.* Note de M. **A. Pézard**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Plusieurs biologistes et notamment le regretté A. Giard ont allégué que la théorie des hormones sexuelles est impuissante à expliquer clairement le cas des oiseaux « bipartis ». Il s'agit de sujets chez lesquels le plumage est partagé en deux moitiés différentes suivant le plan de symétrie du corps : l'une d'aspect mâle, l'autre d'aspect femelle. L'autopsie révèle des particularités intéressantes concernant les glandes reproductrices. Ainsi, le pinson décrit par Max Weber en 1890 présentait, à droite, un testicule correspondant au demi-plumage mâle, à gauche un ovaire correspondant au demi-plumage femelle.

Différentes explications ont été proposées. A la suite de nos premiers travaux sur les Gallinacés, nous avons parlé d'une spécificité chimique sexuelle de chaque demi-soma, idée qui a été défendue également par Abderhalden. — Max Weber a mis en cause le système nerveux. — A vrai dire, ces explications ne peuvent être retenues étant donnée l'action *directe* et *non conditionnelle* des hormones chez les Vertébrés et la généralisation de l'action empêchante de l'ovaire sur le plumage des femelles d'oiseaux. Par contre, nos récentes recherches sur la loi du « tout ou rien », complétée par la notion de « seuil différentiel », nous suggèrent une interprétation qui a tout au moins le mérite d'être en complet accord avec les faits établis.

1° Loi du « tout ou rien ». — *A partir d'un certain minimum au-dessous duquel l'effet morphogène est nul, un accroissement très petit de tissu génito-endocrine fait apparaître les caractères sexuels secondaires mâles et assure leur développement total.* Nous avons démontré ailleurs, par voie indirecte, que cette loi est applicable à l'action de l'ovaire chez les Gallinacés; enfin Knud-Sand, puis Al. Lipschütz l'ont vérifiée chez les Mammifères.

2° *Notion de seuil différentiel.* — Au cours de nos recherches sur les Gallinacés, il s'est trouvé, dans plusieurs expériences, que le minimum efficace

de tissu testiculaire s'est strictement maintenu : nous avons observé alors une dissociation des caractères sexuels secondaires mâles (organes sanglants, instinct sexuel et combatif, chant, utilisation des graisses); l'ensemble de ces caractères forme donc un complexe[1]. Et ces observations nous conduisent à énoncer les trois propositions suivantes, qui s'appliquent également à la poule :

a. Le minimum Micau n'est pas le même pour tous les caractères dépendant des glandes reproductrices.

b. Les différences de seuil sont infimes, pour ainsi dire insensibles à la balance, mais suffisantes pour *échelonner* les départs des différents caractères, et même fractionner la poussée du plumage.

c. La détermination directe des seuils différentiels, pratiquement très difficile, se ramène, en définitive, à l'observation des *temps d'apparition*.

Les travaux de *Knud-Sand* sur l'hermaphrodisme expérimental et sur la transplantation des gonades conduisent à une discrimination du même genre. Il observe en effet que les caractères sexuels des Mammifères sont, à divers degrés « homonosensibles », c'est-à-dire qu'ils apparaissent sous l'influence de quantités voisines mais différentes de tissu endocrinien.

3° *Pinson de Max Weber*. — Toute interprétation doit tenir compte du fait essentiel suivant : le plumage soi-disant mâle des oiseaux est, en réalité, un plumage neutre, puisque les castrats le conservent et que les femelles à ovaire enlevé, malade ou atrophié, l'acquièrent intégralement. Chez le pinson précité, il ne s'agit donc pas d'expliquer pourquoi le testicule a agi à droite, mais, plus exactement, pourquoi l'ovaire, qui a exercé à gauche son action empêchante, ne l'a pas exercée à droite. Cela posé, et en raison des différentes modalités de la loi du « tout ou rien », l'explication plausible est la suivante : *Au moment de la mue précédente, qui a déclenché son plumage biparti, le pinson de Max Weber présentait un ovaire réalisant le minimum efficace, et se trouvant entre deux seuils différentiels : celui de la partie droite, plus élevé; celui de la partie gauche, plus petit.* Le fait que deux conditions exceptionnelles, l'une hormonique, l'autre somatique, doivent coïncider, explique pourquoi la réalisation de tels sujets demeure extrêmement rare.

Voici les raisons qui appuient cette manière de voir :

a. Une foule de travaux portant sur les paramètres physiologiques et

---

(1) Pour les détails, cf. *Journal de Phys. et Path. gén.*, 1922.

sur les mensurations anatomiques des parties droite et gauche du corps chez les Vertébrés ont montré qu'il existe des différences entre elles.

Cela n'a rien d'étonnant puisqu'il s'agit de deux lignages ayant évolué parallèlement, mais séparément. Le plus souvent même, ces différences sont supérieures à celles que supposent les deux seuils différentiels du pinson.

b. Max Weber signale que l'animal, autopsié le 1er avril 1890, avait un ovaire de structure normale (nous ajouterions fonctionnel), avec follicules développés, mais beaucoup plus petit qu'un ovaire prélevé, le même jour, chez une femelle de même espèce ($3^{mm},5 \times 2^{mm}$ au lieu de $4^{mm},5 \times 3^{mm},5$) (1) : nous sommes en droit d'inférer que l'ovaire du pinson biparti était également inférieur, lors de la mue précédente.

c. Les explications données jusqu'à ce jour se trouvent en défaut s'il n'y a pas correspondance rigoureuse entre chaque demi-soma et la glande qui paraît le commander. Par contre, notre interprétation, qui n'exige pas cette condition, conserve alors toute sa valeur. Or chez les Sélaciens, A. Vayssière et G. Quintaret ont décrit une Roussette possédant des organes génitaux bipartis et seulement un testicule impair soudé à l'ovaire (à droite dans le genre *Scylliorhinus*). Mieux encore : Max Weber signale le cas, décrit par Cabanis, d'un Picidé américain, *Colaptes mexicanus* biparti, mais *retourné* (umgekehrt) : plumage mâle à gauche (où se trouve l'ovaire chez les oiseaux); plumage femelle à droite; l'éminent zoologiste allègue, d'après la description, que la partie droite, d'apparence femelle, doit être en réalité considérée comme infantile. Suggestion très plausible, mais qui pose, sous une forme indirecte, la question du seuil différentiel.

L'explication humorale du gynandromorphisme biparti apparaît donc comme liée à l'idée nouvelle de seuil différentiel. Si cette idée n'a pas encore donné chez les oiseaux, tout ce qu'on est en droit d'en espérer, son application éventuelle, aux Insectes, conduirait aux résultats fort intéressants obtenus par Goldschmidt sur les intersexués. « L'ordre de fréquence de l'apparition de l'intersexualité, d'après Goldschmidt, est l'inverse de l'ordre de différenciation au cours du développement. » Or, si les caractères sexuels d'un animal sont conditionnés par des seuils croissants, *a*, *b*, *c*, l'involution de la cause agissante les modifiera dans l'ordre *c*, *b*, *a*, qui fournira l'ordre de fréquence. Toutefois E.-W. Sexton et J.-S. Huxley objectent que la loi de Goldschmidt n'est pas toujours applicable et qu'il faut tenir compte du degré de chitinisation. L'exemple des Gallinacés nous apporte ici une explication : la loi de Golds-

(1) Le testicule, par contre, était infantile (unreif), ce qui est normal en avril, pour le pinson.

chmidt, dans le cas où il y a inversion des causes agissantes, ne peut s'appliquer qu'à des caractères immédiatement réversibles ou constamment influençables. Mais si, à l'exemple du plumage de la poule, les caractères sexuels ne sont sensibles à l'hormone que périodiquement, l'ordre de sensibilité doit se substituer à l'ordre *c*, *b*, *a*.

On pourra arguer ici que l'expérimentation paraît soustraire les caractères sexuels secondaires des Insectes à l'action des hormones. N'est-il pas troublant, néanmoins, de constater que Goldschmidt a été obligé, pour relier les faits, d'imaginer des facteurs enzymoïdes (andrase et gynase), très précoces, sans doute, mais agissant par des hormones, et de leur supposer une valence; enfin d'introduire la notion de point critique, « turning point » qui est assimilable à notre « seuil différentiel »?

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Régime équilibré et acidose diabétique.* Note de MM. **A. Desgrez**, **H. Bierry** et **F. Rathery**, présentée par M. F. Widal.

Nous avons montré ([1]) la nécessité d'un équilibre entre les divers constituants de la ration, pour que l'animal puisse tirer un parti convenable des matériaux apportés. Étendant ces recherches à l'homme diabétique ([2]), nous avons tout d'abord recherché dans quelles limites les différentes espèces alimentaires peuvent se suppléer sans provoquer de phénomène d'acidose.

Comme le diabète peut se traduire par un trouble de la nutrition qui porte non seulement sur le métabolisme des hydrates de carbone, mais encore sur celui des graisses, des protéines et des sels minéraux, il y avait lieu de faire une première distinction entre les sujets qui éliminent constamment des « corps acétoniques » en assez grande quantité et ceux qui n'en éliminent que de façon intermittente. Enfin, on devait ranger, dans une troisième catégorie, les diabétiques présentant une azoturie confirmée. En ce qui regarde les malades de la première catégorie, une difficulté se présentait pour établir des points de repère. Nous avons songé à prendre, dans un certain nombre de cas de ce genre, comme base de comparaison, la quantité de glucose et de « corps acétoniques » éliminée pendant le jeûne (diète hydrique) et correspondant au deuxième jour. Nous avons, en effet, constaté qu'au bout de ce temps, les effets du jeûne se sont surtout fait

([1]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1393; t. 172, 1921, p. 1068.

([2]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 244; *Comptes rendus*, *Soc. de Biologie*, 4 février 1922.

sentir et que l'élimination du glucose et des « corps acétoniques » a subi une diminution marquée ([1]).

Les malades étaient ensuite soumis à une ration type, équilibrée, comprenant des protéines, des graisses et des hydrates de carbone, en proportions d'abord réduites et telles que « l'acétonurie » fût sensiblement devenue celle du jeûne. La quantité d'un hydrate de carbone déterminé restant fixe, nous augmentions successivement les albumines, puis les graisses de la ration.

Les analyses ont porté sur le carbone total, l'azote sous ses différentes formes : azote total, urée, ammoniaque, etc., le glucose, les corps cétoniques (acétone et acide acétylacétique), l'acide cétogène (β-oxybutyrique) ([2]). Les méthodes employées ont fait l'objet d'une étude critique préalable. Certaines expériences ont été poursuivies pendant 15 et 18 jours.

A défaut de tableaux d'analyse qui ne peuvent trouver place ici, nous donnons, comme exemple, les variations, en 24 heures, des acides cétonique et cétogène, chez un malade d'abord soumis au jeûne, puis à un régime équilibré.

	Glucose anhydre.	Corps cétoniques.	Acide β-oxybutyrique.
	g	g	g
Avant jeûne	805	1,90	6,50
Jeûne, 1er jour	89	1,80	3,40
» 2e jour	16,60	2,10	2,30
Régime équilibré, 1er jour	42,00	2,40	3,50
» 2e jour	38,00	2,30	2,90
» 3e jour	39,00	2,30	2,80
Même régime, plus supplément de graisse. 2e jour	28,90	3,50	6,40
Même régime, plus supplément de graisse. 3e jour	53,00	3,60	7,30

Autre exemple emprunté à une deuxième série :

	Glucose.	Corps cétoniques.	Acide cétogène.	Urée.	NH^3 en N.	NH^2 en N.	N. total.	Carbone. total.
	g	g	g	g	g	g	g	g
Avant régime équilibré	23,60	1,05	1,50	19,57	0,71	0,17	10,65	19,75
Régime équilibré	14,50	0,80	0,68	17,80	0,24	0,16	10,30	14,30
	11,30	0,60	0,75	15,95	0,42	0,18	9,17	11,68
Même régime, plus supplément de graisse	13,05	0,65	0,89	17,80	0,22	0,09	10,40	14,60
	15,00	0,50	0,95	18,90	0,48	0,16	10,70	15,30
	23,60	0,37	1,30	15,40	0,47	0,15	8,90	17,80

([1]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 259.

([2]) On a employé, pour ce dosage, la méthode de Schaffer et Marriott, modifiée en ce qui regarde l'élimination du glucose et la distillation.

Si l'équilibre de la ration est rompu par un supplément convenable de protéines, on peut observer une diminution ou un relèvement des « corps acétoniques ». S'il est rompu par une augmentation des corps gras, on voit le taux des acides cétonique et cétogène monter progressivement et même atteindre, pour certaines graisses, un chiffre très élevé en quelques jours. Il suffit alors de donner un sucre bien déterminé, dans des conditions et à une dose où son utilisation soit encore possible, pour voir baisser l'élimination des « corps acétoniques ».

Le diabétique réagit donc, à ce point de vue, comme l'homme normal. Dans certaines expériences, un supplément d'enquête a été obtenu par l'étude du quotient respiratoire.

Les divers sucres ne sont pas équipollents dans leur pouvoir anticétogénique; les diverses graisses : beurre, graisse de porc, huiles, lécithines, sont plus ou moins cétogènes. Les résultats observés à la suite de l'ingestion de graisses animales nous ont amenés à considérer l'apport de ces aliments en facteur liposoluble et à suivre les effets dus à ce facteur, soit seul, soit asssocié aux vitamines B et C, sur la glycosurie et l'acidose. Nous reviendrons sur ce sujet. L'étude du carbone urinaire nous a permis de mettre en évidence le rôle prépondérant des acides acétylacétique et β-oxybutyrique dans l'acidose. L'élimination de ces deux acides étant loin d'être toujours parallèle, le dosage de chacun d'eux est indispensable.

Des sels alcalins ont été introduits, à certains moments, dans la ration. L'examen des urines a été alors complété par l'évaluation de l'acidité de titration, de CO^2 libre et combiné, et de l'acidité ionique (Ph de Sörensen).

Conclusion. — Avec une ration bien équilibrée et adaptée à chaque cas, l'élimination du glucose et des « corps acétoniques » peut, chez le diabétique acidosique, tomber à un taux voisin de celui du jeûne, à condition de donner, progressivement et sans la dépasser, la quantité maxima d'hydrates de carbone qui peut être assimilée. C'est dans cette voie qu'il convient, selon nous, de chercher la solution du problème diététique pour le diabétique, et non dans la suppression exclusive des protéines, des graisses, ou même des sucres, comme l'ont proposé divers auteurs.

BACTÉRIOLOGIE. — *Physiologie microbienne et facteur accessoire de la croissance.* Note de M. **Pierre Goy**, présentée par M. Roux.

Nous avons, au cours d'une Communication précédente [1], résumé les résultats de nos premières recherches sur le rôle des facteurs accessoires dans l'évolution et la physiologie des végétaux inférieurs. Ayant repris à nouveau l'étude de cette question, nous nous sommes servi comme réactif biologique d'une levure de brasserie ne proliférant en liquide de Mayer qu'à la condition d'y trouver du saccharose du commerce, car au cas où cet hydrate de carbone est purifié, son développement s'en trouve excessivement ralenti ; phénomène d'ailleurs identique pour divers microbes aérobies hétérotrophes que nous avons eu l'occasion d'étudier. Il faut cependant observer que l'action d'un tel facteur est beaucoup moins nette lorsque les cultures de levures sont faites en anaérobiose.

Le principe actif que nous avons extrait d'une culture de mucor et agissant sur la levure, ne semble pas être identique au facteur B, car il est dyalisable sur collodion et papier parchemin, soluble dans l'eau, l'alcool et l'éther, et n'est point précipitable par l'acide phosphotungstique ; de plus cette substance est résistante à la chaleur, son action n'étant nullement affaiblie même par le chauffage de 1 heure 30 à 130°, aussi bien en solution acide ($3^g,26$ en SO^4H^2) que neutre ou alcaline ($3^g,40$ en KOH) ; bien plus, le Tableau ci-dessous montre l'importance du chauffage à 80°.

Cultures de saccharomyces effectuées en :	Age des cultures. 4ᵉ jour.	6ᵉ jour.
Liquide de Mayer, témoins	o	o
Liquide de Mayer plus 2 unités de solution accélératrice non chauffée	o	+
Liquide de Mayer plus 2 unités de solution accélératrice chauffée 2 minutes à 80°	+++	+++
Liquide de Mayer plus 1 unité de solution accélératrice non chauffée, plus 1 unité chauffée 2 minutes à 80°	+	++

Ces dernières propriétés (résistance à la chaleur et indifférence à la réaction du milieu) ont une certaine importance pratique dans la confection des milieux de culture.

Certains auteurs ayant pensé qu'il serait peut-être possible de titrer la

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 242.

substance B en substituant précisément la levure aux êtres supérieurs, nous avons fait quelques expériences pour nous rendre compte de la valeur du procédé en nous basant sur les conclusions obtenues par la commission anglaise ([1]), qui, elle, a recherché la présence des facteurs A, B et C dans différentes substances plus ou moins actives envers les animaux.

Or les résultats que nous avons obtenus ne sont nullement superposables à ceux de la commission britannique, car, si les extraits d'œufs frais, ou de levures sèches par exemple, contiennent à la fois le facteur B en abondance et une vitamine des plus actives pour la levure, par contre les jus de citrons ou d'oranges, riches surtout en vitamine C, se sont montrés comme l'extrait de viande conservée, dépourvus de tout facteur de croissance nécessaire aux animaux supérieurs, bien que très actifs néanmoins vis-à-vis des saccharomyces. Même remarque pour le sang de cobaye mort d'avitaminose expérimentale et pour l'extrait de culture d'amylomucor β (Delemar).

Conclusion. — Il nous semble impossible de titrer le facteur B en étudiant son action sur la prolifération d'une culture de levure.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *La durée de la période contagieuse dans la fièvre aphteuse.* Note de M. **Charles Lebailly**, présentée par M. Roux.

Les traités classiques et l'opinion courante s'accordent à reconnaître que la fièvre aphteuse est contagieuse pendant plusieurs semaines. Aussi les règlements de police sanitaire imposent-ils une quarantaine d'au moins quinze jours après la guérison du dernier cas de fièvre aphteuse apparu dans une exploitation. Or, il est très important pour la lutte contre l'épizootie de déterminer aussi exactement que possible l'étendue de la période pendant laquelle les animaux atteints sont susceptibles de transmettre leur maladie. Cette notion présente aussi un intérêt capital pour l'expérimentateur.

Les expériences dont je vais rapporter les résultats ont été faites à l'étable, principalement sur des bovins de race normande, jeunes ou adultes, à l'exclusion des femelles en période de lactation, sur lesquelles, pour des raisons matérielles, il ne m'a pas encore été possible d'expérimenter. Le virus dont je me sers provient d'une exploitation des environs de Caen, où

([1]) *Report on the present state of knowledge concerning Accessory food factors* (vitamines); *special report series*, n° 38, Londres, 1919.

il a été recueilli au cours d'une épidémie en décembre 1920. Je l'entretiens par passages sur animaux sensibles.

La maladie ainsi provoquée éclate du troisième au septième jour.

Si, depuis le moment où la température commence à s'élever jusqu'à celui où a lieu la rupture des aphtes, je mets en contact du bovin malade un bovin réceptif, celui-ci prend infailliblement la maladie. Sa température s'élève au bout de 48 à 72 heures, il fait une infection classique.

Si, au contraire, je laisse s'écouler 4 jours après l'apparition du premier aphte, qui en général suit de près l'accès fébrile initial et se traduit extérieurement par l'apparition de la bave, et qu'à ce moment j'introduise dans l'étable un animal réceptif, celui-là ne s'infecte pas. Cependant le contact avec l'animal malade est complet, tous deux sont attachés au même anneau pendant 6 heures, ils mangent au même râtelier et, dans la même mangeoire, ils s'abreuvent au même récipient et partagent la même litière, l'animal neuf continue, après les 6 heures de contact, à occuper la place du malade. Enfin, il n'est fait usage de désinfectants d'aucune sorte. Mes étables ressemblent à celles en usage dans les fermes où la maladie se donne libre cours, mes animaux soumis à la contagion ont toute facilité pour recueillir sur les murs, les boiseries et les restes de litière datant des jours précédents, les germes de la fièvre aphteuse.

D'autre part, l'animal malade présente, durant cette période de contact, l'aspect lamentable et classique : ses aphtes ulcérés sont recouverts en partie d'un enduit grisâtre, des lambeaux d'épiderme se détachent encore, une écume mousseuse sort de sa bouche, et il fait entendre périodiquement le mouvement de succion caractéristique.

L'opinion courante est que cet animal à ce stade est très contagieux, qu'il faut le désinfecter lui-même et désinfecter les objets qu'il a pu souiller. Or, depuis huit mois, dans les locaux où j'expérimente, j'ai supprimé complètement l'usage des désinfectants; mes animaux neufs sont introduits dans les étables des malades dès le quatrième jour après l'apparition des aphtes. Pourtant je n'ai jamais, dans ces conditions, observé de cas de contagion. Il va sans dire que mes animaux neufs sont bien réceptifs, éprouvés quinze jours à un mois plus tard par inoculation du virus ou par contagion directe à la période virulente de la maladie, ils se sont toujours infectés.

Aussi nous apparaît-il que dans l'évolution de la fièvre aphteuse on doit distinguer deux périodes. La première période sournoise, impossible à dépister par l'observation, est d'autant plus redoutable qu'on ne peut la

déceler qu'en recherchant l'élévation thermique. Dès le début de cette ascension thermique, ne fût-elle que de quelques dixièmes de degrés, l'animal sème la contagion partout où il passe et transmet sa maladie insoupçonnée à d'autres qui la disperseront de la même manière.

La deuxième période, au contraire, celle qui frappe et attire l'attention des observateurs les moins prévenus, ne mérite nullement la terreur qu'elle inspire. Ce stade de la maladie est pour les animaux le plus douloureux, mais lorsqu'ils bavent depuis quatre jours ils sont incapables de transmettre la fièvre aphteuse.

La conclusion qui ressort de mes expériences c'est que la propagation se fait par les animaux malades aux seules périodes d'incubation et d'invasion et pendant un temps très court. Ces constatations expliquent l'impuissance des mesures sanitaires appliquées lorsque les épidémies ont déjà pris un certain développement. Celles de ces mesures qui paraissent les plus radicales, comme l'abatage, ne peuvent donner rien de plus que la surveillance et la séquestration des premiers foyers.

En période épidémique il faut se méfier beaucoup moins des animaux qui bavent depuis quatre jours, car alors ils sont inoffensifs puisque le virus de la fièvre aphteuse meurt sur place, que de ceux en apparence sains.

A ceux-ci on devrait toujours, au contraire, imposer une quarantaine avant de les introduire dans un troupeau indemne.

M. F. **Bayle** adresse une Note (1) consacrée à l'étude des *Formules permettant d'établir les salaires ouvriers d'après des règles rationnelles*. Il rappelle les travaux antérieurs, notamment les formules paraboliques de salaires, de M. Charles Lallemand. Se plaçant à un point de vue très général, il arrive à conclure qu'il n'y a pas de bons ni de mauvais tarifs, mais des tarifs mal appliqués. Il souligne ainsi la nécessité d'effectuer une étude spéciale pour chaque cas particulier et donne les principes généraux qui peuvent faciliter ces études.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

---

(1) Séance du 27 mars 1922.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Anatomie et Zoologie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par suite de la mort de M. *Ranvier* :

En première ligne. . . . . M. **Jules Gravier**

En deuxième ligne . . . . M. **Maurice Caullery**

En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique. . . . . MM. **Raoul Anthony**, **Louis Lapicque**, **Edouard Retterer**, **Louis Roule**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et quart.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mai 1922.

A la gloire de la Terre, souvenirs d'un géologue, par Pierre Termier. Paris, Nouvelle librairie nationale, 1922; 1 vol. 20^{cm}.

Coup d'œil sur les principes fondamentaux de la Nomographie, par M. d'Ocagne. Extrait de la *Revue générale des sciences* du 30 avril 1922. Paris, Doin; 1 fasc. 29^{cm}.

Mémoires de la Société géologique du Nord. *Description de la faune siluro-dévonienne de Liévin*, par J. Gosselet, Ch. Barrois, M. Leriche, A. Crépin, P. Pruvost, G. Dubois. Tome VI-II (2e fascicule). Lille, Imprimerie centrale du Nord, 1920.

Leçons sur le problème de Pfaff, par Édouard Goursat. Paris, J. Hermann, 1922; 1 vol. 25^{cm}.

Les vins et eaux-de-vie de vin de France, par Georges Couanon. Tomes I et II. Paris, Payot, 1920; 2 vol. 19^{cm}.

Le pianteegli animali in Leonardo Da Vinci, par Giambattista de Toni. Bologna, Nicola Zanichelli, 1922; 1 vol. 24^{cm}.

Les Ouvrages suivants de M. D. Zoel Garcia de Galdeano :

— *Las modernas generalizaciones expresadas por el álgebra simbólica las geometrias no-Euclideas y el concepto de hiper-espacio.* Madrid, Moreno Ruzado, 1896; 1 fasc. 17^{cm}.

— *Exposicion sumaria de la teorias matemáticas.* Zaragoza, Emilio Casañal, 1907.

— *Algunos conceptos fundamentales en un curso de Análisis matemático y de las funciones.* Zaragoza, Casañal, 1911; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Ensayos de sintesis matematica y nuevo metodo de enseñanza matemática.* Zaragozo, Casañal, 1911; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Nuevo método de enseñanza matemática.* Zaragoza, Casañal, 1911; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Sumario de mis cursos de calculo infinitesimal con arreglo al nuevo método de enseñanza* (1912 à 1914). Zaragoza, Casañal, 1913; 1 vol. 22^{cm}.

— *Anuario de propaganda matemática* (1914). Zaragoza, Casañal, 1914; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Razonamiento de mi curso elemental de cálculo infinitesimal.* Zaragoza, Casañal, 1915; 1 fasc. 22^{cm}.